



คณิตศาสตร์

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

๕





คู่มือครู

รายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์

ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ ๔

ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำนำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) มีหน้าที่ในการพัฒนาหลักสูตร วิธีการเรียนรู้ การประเมินผล การจัดทำหนังสือเรียน คู่มือครู แบบฝึกทักษะ กิจกรรม และสื่อการเรียนรู้เพื่อให้ประกอบการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ นี้ จัดทำตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีเนื้อหาสาระข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน การวิเคราะห์ความสอดคล้องของแบบฝึกหัดท้ายบทกับจุดมุ่งหมายประจำบท ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครูซึ่งเป็นความรู้ที่ครูควรทราบนอกเหนือจากเนื้อหาในหนังสือเรียน ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทพร้อมเฉลย รวมทั้งเฉลยแบบฝึกหัด ซึ่งสอดคล้องกับหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ ที่ต้องใช้ควบคู่กัน

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คู่มือครูเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ และเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ บุคลากรทางการศึกษาและหน่วยงานต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้



(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ โดยมีจุดเน้นเพื่อต้องการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถที่ทัดเทียมกับนานาชาติ ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้กับกระบวนการ ใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้และแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีการทำกิจกรรมด้วยการลงมือปฏิบัติเพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และทักษะแห่งศตวรรษที่ ๒๑ สสวท. จึงได้จัดทำคู่มือครูประกอบการใช้หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ ที่เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตร เพื่อเป็นแนวทางให้โรงเรียนนำไปจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ นี้ ประกอบด้วยเนื้อหาสาระ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน การวัดผลประเมินผล ระหว่างเรียน การวิเคราะห์ความสอดคล้องของแบบฝึกหัดท้ายบทกับจุดมุ่งหมายประจำบท ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครูซึ่งเป็นความรู้ที่ครูควรทราบนอกเหนือจากเนื้อหาในหนังสือเรียน ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทพร้อมเฉลย รวมทั้งเฉลยแบบฝึกหัด ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ให้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยสามารถนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ตามความเหมาะสมและความพร้อมของโรงเรียน ในการจัดทำคู่มือครูเล่มนี้ได้รับความร่วมมือเป็นอย่างดีจากผู้ทรงคุณวุฒิ คณาจารย์ นักวิชาการอิสระ รวมทั้งครูผู้สอน นักวิชาการ จากสถาบัน และสถานศึกษาทั้งภาครัฐและเอกชน จึงขอขอบคุณมา ณ ที่นี้

สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์แก่ผู้สอน และผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่าย ที่จะช่วยให้จัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้คู่มือครูเล่มนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้ง สสวท. ทราบด้วย จะขอบคุณยิ่ง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

แนะนำการใช้คู่มือครู

ในหนังสือเล่มนี้แบ่งเป็น 4 บท ตามหนังสือเรียนหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแต่ละบทจะมีส่วนประกอบ ดังนี้



ตัวชี้วัด

ตัวชี้วัดระบุสิ่งที่นักเรียนพึงรู้และปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของผู้เรียนในแต่ละ
ระดับชั้น ซึ่งสะท้อนถึงมาตรฐานการเรียนรู้ มีความเฉพาะเจาะจงและมีความเป็น
รูปธรรม นำไปใช้ในการกำหนดเนื้อหา จัดทำหน่วยการเรียนรู้ จัดการเรียนรู้การสอน
และเป็นเกณฑ์สำคัญสำหรับการวัดประเมินผลเพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน



จุดมุ่งหมาย

เป้าหมายที่นักเรียนควรไปถึงหลังจากเรียนจบบทนี้



ความรู้ก่อนหน้า

ความรู้ที่นักเรียนจำเป็นต้องมีก่อนที่จะเรียนบทนี้



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

ประเด็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ครูควรเน้นย้ำกับนักเรียน ประเด็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ครูควรระมัดระวัง จุดประสงค์ของตัวอย่างที่นำเสนอในหนังสือเรียน เนื้อหาที่ควรทบทวนก่อนสอนเนื้อหาใหม่ และประเด็นเกี่ยวกับการสอนที่ครูพึงระลึก



ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

ประเด็นที่นักเรียนมักเข้าใจผิดเกี่ยวกับเนื้อหา



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

ประเด็นที่ครูควรทราบเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เช่น จุดมุ่งหมายของแบบฝึกหัด ประเด็นที่ครูควรให้ความสำคัญในการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน เนื้อหาที่ควรทบทวนก่อนทำแบบฝึกหัด



กิจกรรมในคู่มือครู

กิจกรรมที่คู่มือครูเล่มนี้เสนอแนะไว้ให้ครูนำไปใช้ในชั้นเรียน ซึ่งมีทั้งกิจกรรมนำเข้าบทเรียน ที่ใช้เพื่อตรวจสอบความรู้ก่อนหน้าที่จำเป็นสำหรับเนื้อหาใหม่ที่ครูจะสอน และกิจกรรมที่ใช้สำหรับสร้างความคิดรวบยอดในเนื้อหา โดยหลังจากทำกิจกรรมแล้ว ครูควรเชื่อมโยงความคิดรวบยอดที่ต้องการเน้นกับผลที่ได้จากการทำกิจกรรม กิจกรรมเหล่านี้ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง



กิจกรรมในหนังสือเรียน

กิจกรรมที่นักเรียนสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ด้วยตนเอง เพื่อช่วยพัฒนาทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (learning and innovation skills) ที่จำเป็นสำหรับศตวรรษที่ 21 อันได้แก่ การคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (creative and innovation) การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (critical thinking and problem solving) การสื่อสาร (communication) และการร่วมมือ (collaboration)



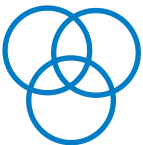
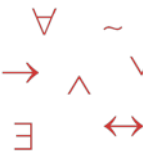
เฉลยกิจกรรมในหนังสือเรียน

เฉลยคำตอบหรือตัวอย่างคำตอบของกิจกรรมในหนังสือเรียน



แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน ที่มีขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้และพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สารบัญ	บทที่ 1 – 2	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
1  เซต	บทที่ 1 เซต 1.1 เนื้อหาสาระ 1.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน 1.3 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน 1.4 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท 1.5 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู 1.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและ เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท 1.7 เฉลยแบบฝึกหัด	1 2 4 15 17 22 23 35
2  ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น 2.1 เนื้อหาสาระ 2.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน 2.3 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน 2.4 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท 2.5 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู 2.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและ เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท 2.7 เฉลยแบบฝึกหัด	46 47 48 57 58 62 63 67

สารบัญ	บทที่ 3 – 4	
บทที่	เนื้อหา	หน้า
3  หลักการนับเบื้องต้น	บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น	72
	3.1 เนื้อหาสาระ	73
	3.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน	74
	3.3 แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน	85
	3.4 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน	88
	3.5 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท	89
	3.6 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู	92
	3.7 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและ เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท	92
	3.8 เฉลยแบบฝึกหัด	97
4  ความน่าจะเป็น	บทที่ 2 ความน่าจะเป็น	101
	4.1 เนื้อหาสาระ	102
	4.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน	103
	4.3 แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน	107
	4.4 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน	114
	4.5 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท	115
	4.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและ เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท	119
	4.7 เฉลยแบบฝึกหัด	126

สารบัญ		
บทที่	เนื้อหา	หน้า
	เฉลยแบบฝึกหัดและวิธีทำโดยละเอียด	131
	บทที่ 1 เซต	131
	บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	167
	บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น	178
	บทที่ 4 ความน่าจะเป็น	198
แหล่งเรียนรู้เพิ่มเติม		236
บรรณานุกรม		237
คณะผู้จัดทำ		239

บทที่ 1

เขต

การศึกษาเรื่องเขตมีความสำคัญต่อวิชาคณิตศาสตร์เพราะเป็นรากฐานและเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาองค์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์สมัยใหม่ทุกสาขา เนื้อหาเรื่องเขตที่นำเสนอในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเพียงพอที่จะใช้ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในหัวข้อต่อไป ในบทเรียนนี้มุ่งให้นักเรียนบรรลุตัวชี้วัดและจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้



ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเขตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์



จุดมุ่งหมาย

1. ใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเขต
2. หาผลการดำเนินการของเขต
3. ใช้แผนภาพเวนนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเขต
4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับเขตในการแก้ปัญหา



ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและสมการในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.1 เนื้อหาสาระ

1. ในวิชาคณิตศาสตร์ ใช้คำว่า “เซต” ในการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใด ก็สามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า “สมาชิก” คำว่า “เป็นสมาชิกของ” หรือ “อยู่ใน” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\in$ ” คำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ”
2. การเขียนแสดงเซตเบื้องต้นมีสองแบบ คือ แบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
3. เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า “เซตว่าง” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\{ \}$ ” หรือ “ $\emptyset$ ”
4. เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ เรียกว่า “เซตจำกัด” เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด เรียกว่า “เซตอนันต์”
5. ในการเขียนเซตจะต้องกำหนดเซตที่บ่งบอกถึงขอบเขตของสิ่งที่จะพิจารณา เรียกเซตนี้ว่า “เอกภพสัมพัทธ์” ซึ่งมักเขียนแทนด้วย U เอกภพสัมพัทธ์ที่พบบ่อย ได้แก่

N แทนเซตของจำนวนนับ

Z แทนเซตของจำนวนเต็ม

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

R แทนเซตของจำนวนจริง

6. เซต A เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A = B$
 เซต A ไม่เท่ากับ เซต B หมายถึง มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือมีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $A \neq B$
7. เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$
 เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$
8. เรียกแผนภาพแสดงเซตว่า “แผนภาพเวนน” การเขียนแผนภาพมักจะแทนเอกภพสัมพัทธ์ U ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใด ๆ ส่วนเซตอื่น ๆ ซึ่งเป็นสับเซตของ U นั้น อาจเขียนแทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปปิดใด ๆ
9. การดำเนินการระหว่างเซต
 - 1) อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$
 โดยที่ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ และ } x \in B\}$
 - 2) ยูเนียนของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$
 โดยที่ $A \cup B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$
 - 3) คอมพลีเมนต์ของเซต A เมื่อเทียบกับ U หรือคอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนแทนด้วย A' โดยที่ $A' = \{x | x \in U \text{ และ } x \notin A\}$
 - 4) ผลต่างระหว่างเซต A และ B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกอยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$
 โดยที่ $A - B = \{x | x \in A \text{ และ } x \notin B\}$

10. สมบัติของการดำเนินการของเซต

ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U จะได้

$$1) \quad A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$2) \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$3) \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$4) \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$5) \quad A - B = A \cap B'$$

$$6) \quad A' = U - A$$

11. ถ้าเซต A, B และ C เป็นเซตจำกัดใด ๆ ที่มีจำนวนสมาชิกเป็น $n(A), n(B)$ และ $n(C)$

ตามลำดับ แล้ว

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ + n(A \cap B \cap C)$$

1.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน

เซต

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับเซตและสมาชิกของเซต โดยใช้กิจกรรมการจัดกลุ่ม ดังนี้



กิจกรรม : การจัดกลุ่ม

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 – 4 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นครูเขียนคำต่อไปนี้บนกระดาน

หญิง	จันทร์	A	พุธ
อาทิตย์	ชาย	E	อังคาร
ศุกร์	U	I	พฤหัสบดี
O	เสาร์		

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายว่าจะจัดกลุ่มคำที่เขียนบนกระดานอย่างไร
3. ครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอการจัดกลุ่มคำ แล้วร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับกลุ่มคำที่จัด ในประเด็นต่อไปนี้
 - 3.1 จัดกลุ่มคำได้กี่กลุ่ม พร้อมให้เหตุผลประกอบ
 - 3.2 กลุ่มคำที่กลุ่มของตนเองจัดได้เหมือนหรือแตกต่างจากกลุ่มคำของเพื่อนกลุ่มอื่นหรือไม่ อย่างไร

หมายเหตุ

- แนวคำตอบ เช่น จัดเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มคำที่แสดงเพศ กลุ่มคำที่แสดงชื่อวัน ในหนึ่งสัปดาห์ และกลุ่มคำที่แสดงสระในภาษาอังกฤษ คำตอบของนักเรียนอาจมีได้หลากหลาย ขึ้นกับเหตุผลประกอบคำตอบ
- ครูอาจเปลี่ยนเป็นคำอื่น ๆ หรือรูปภาพอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถจัดกลุ่มได้หลายแบบ
- ครูอาจจัดกิจกรรมนอกห้องเรียน เช่น ในสวนพฤกษศาสตร์ แล้วให้นักเรียนจัดกลุ่มพันธุ์พืช

ครูสามารถเชื่อมโยงการจัดกลุ่มในกิจกรรมนี้กับเนื้อหาเรื่องเซต โดยแต่ละกลุ่มคำที่นักเรียนจัดเปรียบได้กับเซต และคำที่อยู่ในแต่ละกลุ่มเปรียบได้กับสมาชิกของเซต เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนแสดงเซตแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกแล้ว ครูอาจให้นักเรียนเขียนกลุ่มของคำในรูปของเซต ทั้งแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

สมาชิกของเซต

ตัวอย่างที่ 1

ให้ $A = \{0, 1, 2\}$ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

- 1) $0 \in A$
- 2) $\{0\} \in A$
- 3) $\{1, 2\} \notin A$

ตัวอย่างนี้มีไว้เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการเป็นสมาชิกของเซต และการใช้สัญลักษณ์แทนการเป็นสมาชิกของเซต โดยเฉพาะอย่างยิ่งในข้อ 1) และ 2) ครูควรให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายที่ละข้อเกี่ยวกับการเป็นสมาชิกหรือไม่เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ และอาจให้ตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

การเขียนแสดงเซต

ในการเริ่มต้นยกตัวอย่างการเขียนแสดงเซตแบบแจกแจงสมาชิกนั้น ครูควรเริ่มต้นจากการยกตัวอย่างเซตที่หาสมาชิกของเซตได้ง่าย เพื่อเป็นการให้ความสำคัญกับ

การเขียนแสดงเซตแบบแจกแจงสมาชิกมากกว่าการคำนวณเพื่อหาสมาชิกของเซต เช่น เซตของพยัญชนะในภาษาไทย เซตของจำนวนคู่ เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 5 เซตของจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองแล้วได้ 16

เอกภพสัมพัทธ์

ในการเขียนเซตจะต้องกำหนดเซตที่บ่งบอกถึงขอบเขตของสิ่งที่จะพิจารณา เรียกเซตนี้ว่า เอกภพสัมพัทธ์ โดยมีข้อตกลงว่า เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใด ๆ จะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ ดังนั้นเอกภพสัมพัทธ์จึงมีความสำคัญในการพิจารณาสมาชิกของเซต โดยเซตที่มีเงื่อนไขเดียวกันแต่มีเอกภพสัมพัทธ์ต่างกัน อาจมีสมาชิกต่างกัน เช่น

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 4\} \quad \text{และ} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\}$$

เขียน A และ B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น

$$A = \{2\} \quad \text{และ} \quad B = \{-2, 2\}$$

เซตว่าง

- เซตว่างเป็นสับเซตของเซตใด ๆ

สับเซต

- เซตว่างเป็นสับเซตของเซตทุกเซต
- เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง
- ไม่สามารถหาสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซตอนันต์



ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

เซตจำกัด

- นักเรียนคิดว่าเซตว่างไม่ใช่เซตจำกัด ซึ่งครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นว่าเซตว่างเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกหรือมีสมาชิก 0 ตัว ดังนั้น เซตว่างจึงเป็นเซตจำกัด
- นักเรียนเข้าใจว่า $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1\}$ เป็นเซตจำกัด เนื่องจากเข้าใจว่ามีสมาชิกตัวแรกคือ 0 และสมาชิกตัวสุดท้ายคือ 1 ซึ่งครูควรให้นักเรียนพิจารณาเอกภพสัมพัทธ์ของเซตนี้ ซึ่งเป็นเซตของจำนวนจริง จึงได้ว่าเซตนี้เป็นเซตอนันต์

เซตว่าง

นักเรียนสับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์แทนเซตว่าง เช่น ใช้ $\{\emptyset\}$ แทนเซตว่าง ซึ่งเป็นการใช้สัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ครูควรให้นักเรียนพิจารณาจำนวนสมาชิกของ $\{\emptyset\}$ จะได้ว่าเซตนี้มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้น เซตนี้จึงไม่ใช่เซตว่าง นอกจากนี้ครูอาจยกตัวอย่างเปรียบเทียบเซตว่างกับกล่องเปล่า โดยเซตว่างคือเซตที่ไม่มีสมาชิกและกล่องเปล่าคือกล่องที่ไม่มีอะไรบรรจุอยู่ภายในเลย แต่ถ้านำกล่องเปล่าใบที่หนึ่งใส่ลงไปในกล่องเปล่าใบที่สองแล้ว จะพบว่ากล่องใบที่สองไม่ใช่กล่องเปล่าอีกต่อไป เพราะมีกล่องเปล่าใบแรกบรรจุอยู่ภายใน

สับเซต

นักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับความหมายและสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการเป็นสมาชิกของเซต ($\in$) และการเป็นสับเซต ($\subset$)



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 1.1ก

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

- 1) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- 2) $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- 3) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$
- 4) $\{10, 20, 30, \dots\}$

แบบฝึกหัดนี้มีคำตอบได้หลายแบบ เนื่องจากการเขียนแสดงเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกสามารถเขียนได้หลายแบบ ควรให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนเงื่อนไขของสมาชิกของเซต ซึ่งเงื่อนไขของนักเรียนไม่จำเป็นต้องตรงกับที่ครูคิดไว้

การดำเนินการระหว่างเซต

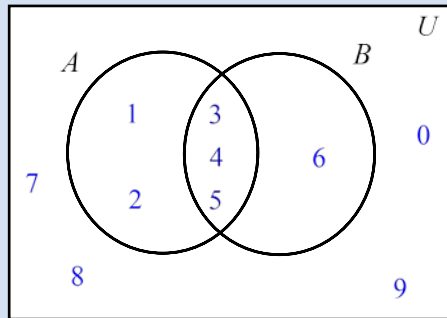
เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการเขียนแผนภาพเวนนแสดงเซตแล้ว ครูใช้กิจกรรมต่อไปนี้เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต



กิจกรรม : หาเพื่อน

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน แล้วครูเขียนแผนภาพนี้ลงบนกระดาน



2. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่อภิปรายในประเด็นต่อไปนี้
 - 2.1 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B
 - 2.2 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือทั้งสองเซต
 - 2.3 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A
 - 2.4 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B
 - 2.5 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B
 - 2.6 สมาชิกตัวใดบ้างที่เป็นสมาชิกของเซต B แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ในข้อ 2

ครูสามารถเชื่อมโยงคำตอบที่ได้ในกิจกรรมนี้กับเนื้อหาเรื่องการดำเนินการระหว่างเซต ได้แก่ อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

ลำดับการดำเนินการระหว่างเซต

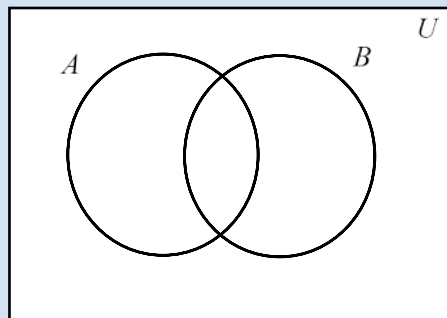
การเขียนวงเล็บมีความสำคัญกับลำดับการดำเนินการระหว่างเซตในกรณีที่มีการดำเนินการต่างชนิดกัน เช่น $(A \cup B) \cap C$ มีลำดับการดำเนินการแตกต่างกับ $A \cup (B \cap C)$ เพื่อไม่ให้เกิดการสับสนเกี่ยวกับลำดับในการดำเนินการ จึงจำเป็นต้องใส่วงเล็บเพื่อบอกลำดับการดำเนินการระหว่างเซตเสมอ



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 1.2

3.

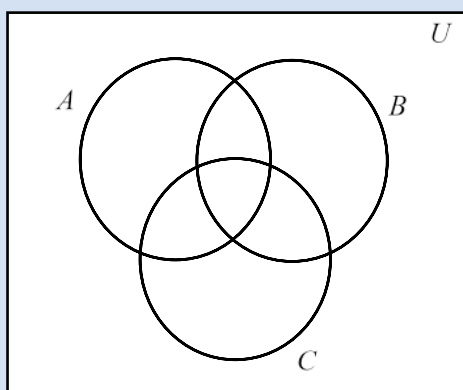


จงแรเงาแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1) A' | 2) B' |
| 3) $A' \cap B'$ | 4) $(A \cup B)'$ |
| 5) $A' \cup B'$ | 6) $(A \cap B)'$ |
| 7) $A - B$ | 8) $A \cap B'$ |

แบบฝึกหัดนี้มีไว้เพื่อเป็นตัวอย่างของการแสดงสมบัติของการดำเนินการระหว่างเซต จากการแรเงาแผนภาพนักเรียนจะสังเกตเห็นว่า แผนภาพที่แรเงาได้ในบางข้อเป็นแผนภาพเดียวกันซึ่งสอดคล้องกับสมบัติของการดำเนินการระหว่างเซต

4.



จงแรเงาแผนภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงเซตต่อไปนี้

- | | |
|------------------------|---------------------------------|
| 1) $(A \cup B) \cup C$ | 2) $A \cup (B \cup C)$ |
| 3) $(A \cap B) \cap C$ | 4) $A \cap (B \cap C)$ |
| 5) $(A \cup B) \cap C$ | 6) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ |

แบบฝึกหัดนี้มีไว้เพื่อเป็นตัวอย่างของการแสดงสมบัติของการดำเนินการของเซต จากการแรเงาแผนภาพนักเรียนจะสังเกตเห็นว่า แผนภาพที่แรเงาได้ในบางข้อเป็นแผนภาพเดียวกันซึ่งสอดคล้องกับสมบัติของการดำเนินการของเซต

การแก้ปัญหาโดยใช้เซต

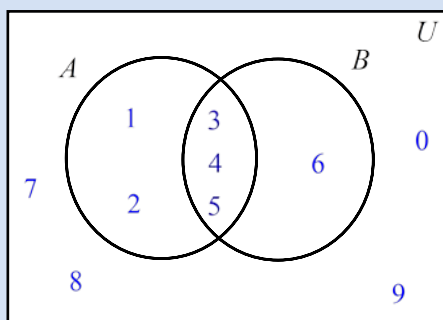
เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการเขียนแผนภาพเวนนแสดงเซตและการดำเนินการแล้ว ครูอาจใช้กิจกรรมต่อไปนี้เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต



กิจกรรม : แรเงา

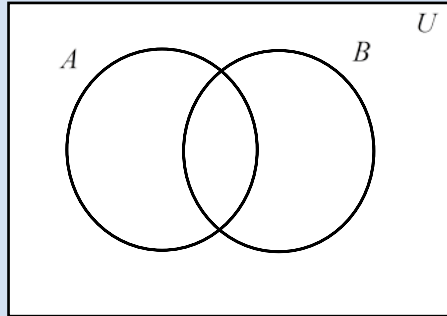
ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน แล้วครูเขียนแผนภาพนี้ลงบนกระดาน



2. ครูถามนักเรียนว่าจำนวนสมาชิกของเซต A เป็นเท่าใด เมื่อนักเรียนตอบได้แล้ว ให้ครูแนะนำว่าจำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $n(A)$
3. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่หา
 - 3.1 $n(B)$
 - 3.2 $n(A \cup B)$
 - 3.3 $n(A \cap B)$
4. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่พิจารณาว่า $n(A \cup B)$ มีความสัมพันธ์กับ $n(A)$, $n(B)$ และ $n(A \cap B)$ อย่างไร โดยครูอาจให้นักเรียนพิจารณาจากแผนภาพ

5. จากแผนภาพต่อไปนี้



ครูให้นักเรียนแรเงาเซต A จากนั้นแรเงาเซต B โดยใช้สีหนึ่ง และให้นักเรียนพิจารณาว่า

- 5.1 ส่วนที่แรเงาทั้งหมดแทนเซตใด
- 5.2 ส่วนที่แรเงา 2 ครั้ง แทนเซตใด
- 5.3 จากการแรเงา $n(A \cup B)$ มีความสัมพันธ์กับ $n(A)$, $n(B)$ และ $n(A \cap B)$ อย่างไร

ครูสามารถเชื่อมโยงคำตอบที่ได้ในกิจกรรมนี้กับเนื้อหาเรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้เซต ในการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ และครูยังสามารถทำกิจกรรมในทำนองเดียวกันนี้ในการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B \cup C$



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- ในการแก้ปัญหาโดยใช้เซตนั้น ครูอาจเสนอแนะให้นักเรียนใช้วิธีเขียนแผนภาพแสดงเซตเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

- ตัวเลขที่แสดงในแผนภาพแสดงเซตอาจหมายถึง สมาชิกของเซต หรือจำนวนสมาชิกของเซต ดังนั้น ครูควรเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจน



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดท้ายบท

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

- 1) $\{1, 4, 7, 10, 13\}$
- 2) $\{-20, -19, -18, \dots, -10\}$
- 3) $\{5, 9, 13, 17, 21, 25, \dots\}$
- 4) $\{1, 8, 27, 64, 125, 216, \dots\}$

แบบฝึกหัดนี้มีคำตอบได้หลายแบบ เนื่องจากการเขียนแสดงเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกสามารถเขียนได้หลายแบบ ควรให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนเงื่อนไขของสมาชิกของเซต ซึ่งเงื่อนไขของนักเรียนไม่จำเป็นต้องตรงกับที่ครูคิดไว้

1.3 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน

การวัดผลระหว่างเรียนเป็นการวัดผลการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอน และตรวจสอบนักเรียนแต่ละคนว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ครูสอนมากน้อยเพียงใด การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นแนวทางหนึ่งที่ครูอาจใช้เพื่อประเมินผลด้านความรู้ระหว่างเรียนของนักเรียน ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดที่ครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญของแต่ละบทไว้ สำหรับในบทที่ 1 เซต ครูอาจใช้แบบฝึกหัดเพื่อวัดผลประเมินผลความรู้ในแต่ละเนื้อหาได้ดังนี้

เนื้อหา	แบบฝึกหัด	
ความหมายของเขต สมาชิกของเขต จำนวนสมาชิกของเขต เซตว่าง เอกภาพสัมพัทธ์	1.1ก	ข้อ 3, 4, 5
การเขียนแสดงเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข ของสมาชิก	1.1ก	ข้อ 1, 2
เซตจำกัดและเซตอนันต์	1.1ก	ข้อ 6
เซตที่เท่ากัน	1.1ก	ข้อ 7, 8
สับเซต	1.1ข	ข้อ 1 – 4
การเขียนแผนภาพเวนนแสดงเซต	1.1ค	ข้อ 1, 2, 3
การดำเนินการระหว่างเซต (อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต)	1.2	ข้อ 1 – 6
การแก้ปัญหาโดยใช้เซต	1.3	ข้อ 1 – 9

1.4 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนจบบทที่ 1 เขต แล้วนักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเขต
2. หาผลการดำเนินการของเขต
3. ใช้แผนภาพเวนน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเขต
4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับเขตในการแก้ปัญหา

ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดท้ายบทที่ประกอบด้วยโจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมาย ซึ่งประกอบด้วยโจทย์ฝึกทักษะที่มีความน่าสนใจและโจทย์ท้าทายครูอาจเลือกใช้แบบฝึกหัดท้ายบทวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบทเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถตามจุดมุ่งหมายเมื่อเรียนจบบทเรียนหรือไม่

ทั้งนี้ แบบฝึกหัดท้ายบทแต่ละข้อในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 บทที่ 1 เขต สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของบทเรียน ดังนี้

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย			
		ใช้สัญลักษณ์ เกี่ยวกับเซต	หาผลการ ดำเนินการ ของเซต	ใช้แผนภาพ เวนน์แสดง ความสัมพันธ์ ระหว่างเซต	ใช้ความรู้ เกี่ยวกับเซต ในการแก้ปัญหา
1.	1)	✓			
	2)	✓			
	3)	✓			
	4)	✓			
	5)	✓			
2.	1)	✓			
	2)	✓			
	3)	✓			
	4)	✓			
3.	1)	✓			
	2)	✓			
	3)	✓			
	4)	✓			
	5)	✓			
4.	1)	✓			
	2)	✓			

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย			
		ใช้สัญลักษณ์ เกี่ยวกับเซต	หาผลการ ดำเนินการ ของเซต	ใช้แผนภาพ เวนน์แสดง ความสัมพันธ์ ระหว่างเซต	ใช้ความรู้ เกี่ยวกับเซต ในการแก้ปัญหา
	3)	✓			
	4)	✓			
	5)	✓			
	6)	✓			
5.	1)		✓		
	2)		✓		
	3)		✓		
	4)		✓		
	5)		✓		
	6)		✓		
6.	1)		✓	✓	
	2)		✓	✓	
	3)		✓	✓	
7.	1)			✓	
	2)			✓	
	3)			✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย			
		ใช้สัญลักษณ์ เกี่ยวกับเซต	หาผลการ ดำเนินการ ของเซต	ใช้แผนภาพ เวนน์แสดง ความสัมพันธ์ ระหว่างเซต	ใช้ความรู้ เกี่ยวกับเซต ในการแก้ปัญหา
8.	1)			✓	
	2)			✓	
	3)			✓	
	4)			✓	
	5)			✓	
	6)			✓	
	7)			✓	
9.	1)			✓	
	2)			✓	
	3)			✓	
	4)			✓	
	5)			✓	
	6)			✓	
	7)			✓	
	8)			✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย			
		ใช้สัญลักษณ์ เกี่ยวกับเซต	หาผลการ ดำเนินการ ของเซต	ใช้แผนภาพ เวนน์แสดง ความสัมพันธ์ ระหว่างเซต	ใช้ความรู้ เกี่ยวกับเซต ในการแก้ปัญหา
10.	1)			✓	
	2)			✓	
	3)			✓	
11.	1)			✓	
	2)			✓	
	3)			✓	
	4)			✓	
	5)			✓	
12.					✓
13.					✓
14.					✓
15.					✓
16.					✓
17.					✓
18.	1)				✓
	2)				✓

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย			
		ใช้สัญลักษณ์ เกี่ยวกับเซต	หาผลการ ดำเนินการ ของเซต	ใช้แผนภาพ เวนน์แสดง ความสัมพันธ์ ระหว่างเซต	ใช้ความรู้ เกี่ยวกับเซต ในการแก้ปัญหา
	3)				✓
19.					✓
20.		แบบฝึกหัดท้ายบท			

1.5 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู

- เซตอนันต์ จำแนกได้เป็น 2 แบบ คือ

แบบที่ 1 เป็นเซตอนันต์นับได้ (countable infinite) เช่น เซตของจำนวนนับ

$$\text{เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนตรรกยะ } \{x \in \mathbb{Z}^- \mid x \leq 1\}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq 0\}$$

แบบที่ 2 เป็นเซตอนันต์นับไม่ได้ (uncountable infinite) เช่น เซตของจำนวนจริง

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\} \text{ ซึ่งเซตเหล่านี้ไม่สามารถเขียนแจกแจงสมาชิกทั้งหมดได้}$$

- สมบัติของการดำเนินการของเซต

สมบัติของการดำเนินการของเซตเทียบเคียงได้กับสมบัติบางข้อในสัจพจน์เซตพิชคณิต
ของระบบจำนวนจริง ดังนี้

ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U จะได้

- 1) สมบัติการสลับที่

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

- 2) สมบัติการเปลี่ยนหมู่

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

- 3) สมบัติการแจกแจง

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

1.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและเฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

ในส่วนนี้จะนำเสนอตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทที่ 1 เซต สำหรับรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลประเมินผล

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- 1) เซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 0 และ 20

- 2) $\{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - x - 3 = 0\}$

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
 - 1) $\left\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}$
 - 2) $\{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, \dots\}$
3. ให้ $A = \{a, b, c, \{d\}\}$ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ
 - 1) $a \in A$
 - 2) $\{d\} \notin A$
 - 3) $\{\{d\}\} \subset A$
 - 4) $\{a, b\} \in A$
4. จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้
 - 1) $\{\{1, 2, 3, \dots\}\}$
 - 2) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 150\}$
5. กำหนดให้ A, B เป็นเซตอนันต์ และ $A \neq B$ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จจงยกตัวอย่างค้าน
 - 1) $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์
 - 2) $A \cap B$ เป็นเซตจำกัด
 - 3) $A - B$ เป็นเซตอนันต์
 - 4) $A - B$ เป็นเซตจำกัด
6. กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d, e\}$
 - 1) จงหาจำนวนสับเซตของ A ที่มี a เป็นสมาชิก
 - 2) จงหาจำนวนสับเซตของ A ที่ไม่มี a เป็นสมาชิก
 - 3) จงหาจำนวนสับเซตของ A ที่มี a หรือ b เป็นสมาชิก
7. ให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ที่ไม่ใช่เซตว่าง จงเขียนแผนภาพแสดงเซตต่อไปนี้
 - 1) $(A \cup C) \cup (B - A)$
 - 2) $((A - B) - (A - C)) \cup (B - (A \cup C))$
8. จงพิจารณาว่า $(A - B) \cup (B - A)$ และ $(A \cup B) - (A \cap B)$ เท่ากันหรือไม่

9. ถ้า A มีจำนวนสมาชิกมากกว่า B อยู่ 1 ตัว และ $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 75$ จงหาจำนวนสมาชิกของ A
10. กำหนดให้ $U = \{1, 2, \dots, 100\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ U ที่เป็นจำนวนคู่แต่หารด้วย 3 ไม่ลงตัว
11. กำหนดให้ $U = \{1, 2, \dots, 60\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ U ที่หารด้วย 3 ลงตัว หรือหารด้วย 4 ลงตัว หรือหารด้วย 5 ลงตัว
12. ในห้องเรียนหนึ่งมีนักเรียนที่เลี้ยงสุนัข 32 คน มีนักเรียนที่เลี้ยงแมว 25 คน และมีนักเรียนที่เลี้ยงสุนัขหรือแมวเพียงชนิดเดียว 47 คน จงหาจำนวนของนักเรียนที่เลี้ยงทั้งสุนัขและแมว
13. ในการสำรวจงานอดิเรกของคน 140 คน พบว่า
 - 72 คน ชอบดูภาพยนตร์
 - 65 คน ชอบออกกำลังกาย
 - 58 คน ชอบอ่านหนังสือ
 - 23 คน ชอบดูภาพยนตร์และออกกำลังกาย
 - 18 คน ชอบดูภาพยนตร์และอ่านหนังสือ
 - 40 คน ชอบออกกำลังกายและอ่านหนังสือ
 - 10 คน ไม่สนใจงานอดิเรกข้างต้น
 จงหาจำนวนคนที่ชอบทั้งดูภาพยนตร์ ออกกำลังกาย และอ่านหนังสือ
14. ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งมีผู้เข้าร่วมงาน 200 คน โดยที่ทุกคนชอบรับประทานกุ้ง ปลา หรือปู จากการสำรวจปรากฏว่ามีคนที่ชอบรับประทานกุ้ง ปลา และปู 63% , 42% และ 55% ตามลำดับ มีคนที่ชอบรับประทานกุ้งและปลา 24% ชอบรับประทานปลาและปู 17% และชอบรับประทานทั้งสามอย่าง 9% จงหาจำนวนของคนที่ชอบรับประทานทั้งกุ้งและปู
15. ในการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการท่องเที่ยวของนักท่องเที่ยวชาวต่างชาติจำนวน 500 คน พบว่านักท่องเที่ยวทุกคนเคยไปเชียงใหม่ กระบี่ หรือชลบุรี โดยมีนักท่องเที่ยวที่เคยไป

ทั้งเชียงใหม่ กระบี่ และชลบุรี จำนวน 39 คน เคยไปเชียงใหม่และกระบี่เท่านั้น 78 คน
เคยไปเชียงใหม่และชลบุรีเท่านั้น 96 คน เคยไปกระบี่และชลบุรีเท่านั้น 111 คน และมี
คนที่ไม่เคยไปกระบี่ 208 คน จงหาจำนวนคนที่เคยไปกระบี่เพียงจังหวัดเดียว

เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. 1) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 2) จาก $2x^2 - x - 3 = 0$
 $(2x-3)(x+1) = 0$
 นั่นคือ $x = \frac{3}{2}$ หรือ $x = -1$
 เนื่องจาก $\frac{3}{2}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม จึงได้ -1 เป็นคำตอบของสมการ
 ดังนั้น เขียน $\{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - x - 3 = 0\}$ แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $\{-1\}$
2. 1) $\{x \mid x = 2^{n-4} \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N} \text{ และ } n \leq 6\}$
 2) $\{x \mid x = \frac{n}{10} \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$
3. 1) จริง 2) เท็จ
 3) จริง 4) เท็จ
4. 1) เนื่องจาก $\{1, 2, 3, \dots\}$ มีสมาชิก คือ $\{1, 2, 3, \dots\}$
 ดังนั้น $\{1, 2, 3, \dots\}$ มีจำนวนสมาชิก 1 ตัว
 2) เนื่องจาก $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 150\} = \{-12, -11, \dots, 0, 1, \dots, 12\}$
 นั่นคือ $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 150\}$ มีสมาชิก คือ $-12, -11, \dots, 0, 1, \dots, 12$
 ดังนั้น $\{-12, -11, \dots, 0, 1, \dots, 12\}$ มีจำนวนสมาชิก 25 ตัว

5. 1) เป็นเท็จ เช่น เมื่อ A เป็นเซตของจำนวนคู่ และ B เป็นเซตของจำนวนคี่
จะได้ $A \cap B = \emptyset$ ซึ่ง $\emptyset$ เป็นเซตจำกัด
ดังนั้น $A \cap B$ ไม่เป็นเซตอนันต์
- 2) เป็นเท็จ เช่น เมื่อ $A = \mathbb{Z}$ และ $B = \mathbb{N}$
จะได้ $A \cap B = \mathbb{N}$ ซึ่ง $\mathbb{N}$ เป็นเซตอนันต์
ดังนั้น $A \cap B$ ไม่เป็นเซตจำกัด
- 3) เป็นเท็จ เช่น เมื่อ $A = \mathbb{N} \cup \{0\}$ และ $B = \mathbb{N}$
จะได้ $A - B = \{0\}$ ซึ่ง $\{0\}$ เป็นเซตจำกัด
ดังนั้น $A - B$ ไม่เป็นเซตอนันต์
- 4) เป็นเท็จ เช่น เมื่อ $A = \mathbb{Z}$ และ B เป็นเซตของจำนวนคี่
จะได้ $A - B$ คือเซตของจำนวนคู่ ซึ่งเซตของจำนวนคู่เป็นเซตอนันต์
ดังนั้น $A - B$ ไม่เป็นเซตจำกัด
6. จาก $A = \{a, b, c, d, e\}$
จะได้ สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ $\emptyset$
สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}$
สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\},$
 $\{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}$ และ $\{d, e\}$
สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\},$
 $\{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\},$
 $\{b, d, e\}$ และ $\{c, d, e\}$
สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 4 ตัว ได้แก่ $\{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\},$
 $\{a, c, d, e\}$ และ $\{b, c, d, e\}$
สับเซตของ A ที่มีสมาชิก 5 ตัว ได้แก่ $\{a, b, c, d, e\}$

- 1) สับเซตของ A ที่มี a เป็นสมาชิก มีอยู่ 16 สับเซต
- 2) สับเซตของ A ที่ไม่มี a เป็นสมาชิก มีอยู่ $32 - 16 = 16$ สับเซต
- 3) ให้ S เป็นเซตของสับเซตของ A ที่มี a เป็นสมาชิก

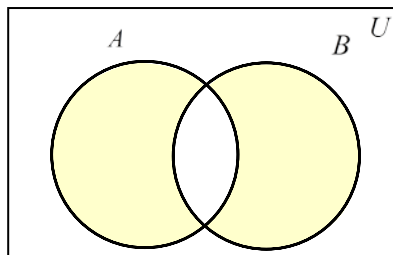
T เป็นเซตของสับเซตของ A ที่มี b เป็นสมาชิก

จะได้ $n(S) = 16, n(T) = 16$ และ $n(S \cap T) = 8$

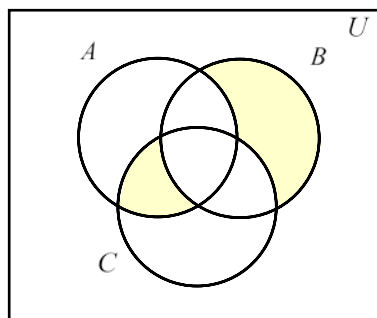
$$\begin{aligned} \text{จาก } n(S \cup T) &= n(S) + n(T) - n(S \cap T) \\ &= 16 + 16 - 8 \\ &= 24 \end{aligned}$$

ดังนั้น สับเซตของ A ที่มี a หรือ b เป็นสมาชิก มีอยู่ 24 สับเซต

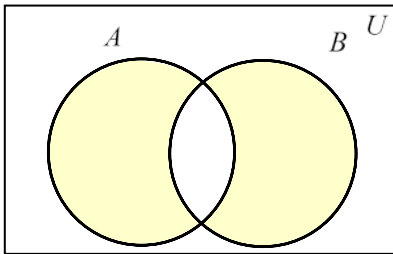
7. 1) เขียนแผนภาพแสดง $(A - B) \cup (B - A)$ ได้ดังนี้



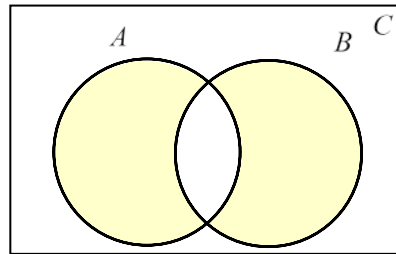
- 2) เขียนแผนภาพแสดง $((A - B) - (A - C)) \cup (B - (A \cup C))$



8. เขียนแผนภาพแสดง $(A-B) \cup (B-A)$ และ $(A \cup B) - (A \cap B)$ ได้ดังนี้



$$(A-B) \cup (B-A)$$



$$(A \cup B) - (A \cap B)$$

จากแผนภาพ จะได้ว่า $(A-B) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ดังนั้น $(A-B) \cup (B-A)$ และ $(A \cup B) - (A \cap B)$ เท่ากัน

9. จาก
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

จะได้
$$n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

เนื่องจาก $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 75$ และ $n(B) = n(A) - 1$

นั่นคือ
$$75 = n(A) + [n(A) - 1]$$

$$2[n(A)] = 76$$

จะได้
$$n(A) = 38$$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ A คือ 38

10. ให้ A แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งเป็นจำนวนคู่ จะได้ $n(A) = 50$

B แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $n(B) = 33$

$A \cap B$ แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งเป็นจำนวนคู่และหารด้วย 3 ลงตัว

เนื่องจาก จำนวนคู่ที่หารด้วย 3 ลงตัว คือ จำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว

จะได้ $n(A \cap B) = 16$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ U ซึ่งเป็นจำนวนคู่ที่หารด้วย 3 ไม่ลงตัว มีอยู่

$$n(A) - n(A \cap B) = 50 - 16 = 34 \text{ ตัว}$$

11. ให้ A แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

B แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 4 ลงตัว

C แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 5 ลงตัว

จะได้ $A = \{3, 6, \dots, 60\}$ นั่นคือ $n(A) = 20$

$B = \{4, 8, \dots, 60\}$ นั่นคือ $n(B) = 15$

$C = \{5, 10, \dots, 60\}$ นั่นคือ $n(C) = 12$

ให้ $A \cap B$ แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 3 และ 4 ลงตัว

$A \cap C$ แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 3 และ 5 ลงตัว

$B \cap C$ แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 4 และ 5 ลงตัว

$A \cap B \cap C$ แทนเซตของจำนวนที่เป็นสมาชิกของ U ซึ่งหารด้วย 3 และ 4 และ 5 ลงตัว

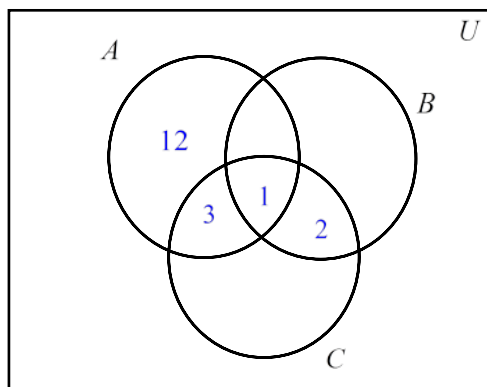
จะได้ $A \cap B = \{12, 24, 36, 48, 60\}$ นั่นคือ $n(A \cap B) = 5$

$A \cap C = \{15, 30, 45, 60\}$ นั่นคือ $n(A \cap C) = 4$

$B \cap C = \{20, 40, 60\}$ นั่นคือ $n(B \cap C) = 3$

$A \cap B \cap C = \{60\}$ นั่นคือ $n(A \cap B \cap C) = 1$

วิธีที่ 1 เขียนแผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของ A, B และ C ได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ $n(A \cup B \cup C) = 12 + 8 + 6 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ U ที่หารด้วย 3 ลงตัว หรือหารด้วย 4 ลงตัว หรือหารด้วย 5 ลงตัว มีอยู่ 36 ตัว

วิธีที่ 2 จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cup B \cup C) &= 20 + 15 + 12 - 5 - 4 - 3 + 1 \\ &= 36 \end{aligned}$$

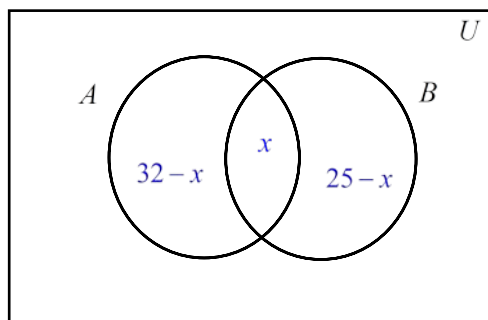
ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ U ที่หารด้วย 3 ลงตัว หรือหารด้วย 4 ลงตัว หรือหารด้วย 5 ลงตัว มีอยู่ 36 ตัว

12. ให้ A แทนเซตของนักเรียนที่เลี้ยงสุนัข จะได้ $n(A) = 32$

B แทนเซตของนักเรียนที่เลี้ยงแมว จะได้ $n(B) = 25$

x แทนจำนวนนักเรียนที่เลี้ยงทั้งสุนัขและแมว

เขียนแผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของ A และ B ได้ดังนี้



เนื่องจาก มีนักเรียนที่เลี้ยงสุนัขหรือแมวเพียงชนิดเดียว 47 คน

$$\text{จะได้ } (32 - x) + (25 - x) = 47$$

$$57 - 2x = 47$$

$$2x = 10$$

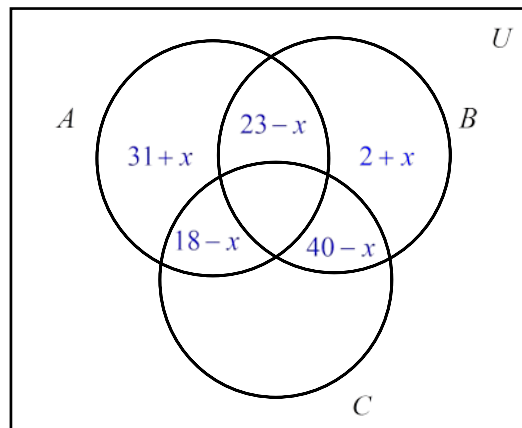
$$x = 5$$

ดังนั้น จำนวนของนักเรียนที่เลี้ยงทั้งสุนัขและแมว เท่ากับ 5 คน

13. ให้ A แทนเซตของคนที่ชอบดูภาพยนตร์ จะได้ $n(A) = 72$
 B แทนเซตของคนที่ชอบออกกำลังกาย จะได้ $n(B) = 65$
 C แทนเซตของคนที่ชอบอ่านหนังสือ จะได้ $n(C) = 58$
 $A \cap B$ แทนเซตของคนที่ชอบดูภาพยนตร์และออกกำลังกาย จะได้ $n(A \cap B) = 23$
 $A \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบดูภาพยนตร์และอ่านหนังสือ จะได้ $n(A \cap C) = 18$
 $B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบออกกำลังกายและอ่านหนังสือ จะได้ $n(B \cap C) = 40$
 $(A \cup B \cup C)'$ แทนเซตของคนที่ไม่ชอบงานอดิเรกข้างต้นเลย

$$\text{จะได้ } n(A \cup B \cup C)' = 10 \text{ นั่นคือ } n(A \cup B \cup C) = 140 - 10 = 130$$

วิธีที่ 1 ให้ x แทนจำนวนคนที่ชอบทั้งดูภาพยนตร์ ออกกำลังกาย และอ่านหนังสือ
 เขียนแผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของ A, B และ C ได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

$$(31+x) + (23-x) + (2+x) + (18-x) + x + (40-x) + x = 130$$

$$x + 114 = 130$$

$$x = 16$$

ดังนั้น มีคนที่ชอบทั้งดูภาพยนตร์ ออกกำลังกาย และอ่านหนังสือ 16 คน

วิธีที่ 2 จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

จะได้ $130 = 72 + 65 + 58 - 23 - 18 - 40 + n(A \cap B \cap C)$

นั่นคือ $n(A \cap B \cap C) = 16$

ดังนั้น มีคนที่ชอบทั้งดูภาพยนตร์ ออกกำลังกาย และอ่านหนังสือ 16 คน

14. ให้ A แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานกุ้ง

B แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานปลา

C แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานปู

$A \cap B$ แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานกุ้งและปลา

$B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานปลาและปู

$A \cap B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานทั้งสามอย่าง

จะได้ $n(A) = \frac{63}{100} \times 200 = 126$

$n(B) = \frac{42}{100} \times 200 = 84$

$n(C) = \frac{55}{100} \times 200 = 110$

$n(A \cap B) = \frac{24}{100} \times 200 = 48$

$n(B \cap C) = \frac{17}{100} \times 200 = 34$

$n(A \cap B \cap C) = \frac{9}{100} \times 200 = 18$

$A \cup B \cup C$ แทนเซตของคนที่ชอบรับประทานกุ้ง ปลา หรือปู

เนื่องจาก มีคนมาร่วมงานทั้งหมด 200 คน โดยแต่ละคนชอบรับประทานกุ้ง ปลา หรือปู

จะได้ $n(A \cup B \cup C) = 200$

จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$$-n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

จะได้ $200 = 126 + 84 + 110 - 48 - n(A \cap C) - 34 + 18$

นั่นคือ $n(A \cap C) = 56$

ดังนั้น มีคนที่ชอบรับประทานทั้งกุ้งและปู 56 คน

15. ให้ A แทนเซตของนักท่องเที่ยวที่เคยไปเชียงใหม่

B แทนเซตของนักท่องเที่ยวที่เคยไปกระบี่

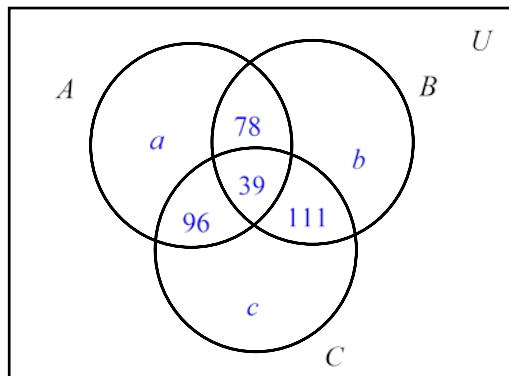
C แทนเซตของนักท่องเที่ยวที่เคยไปชลบุรี

ให้ a แทนจำนวนนักท่องเที่ยวที่เคยไปเชียงใหม่เพียงจังหวัดเดียว

b แทนจำนวนนักท่องเที่ยวที่เคยไปกระบี่เพียงจังหวัดเดียว

c แทนจำนวนนักท่องเที่ยวที่เคยไปชลบุรีเพียงจังหวัดเดียว

เขียนแผนภาพแสดงได้ดังนี้



เนื่องจากมีนักท่องเที่ยวที่ไม่เคยไปกระบี่ 208 คน

จากแผนภาพ จะได้ว่า $a + c + 96 = 208$ นั่นคือ $a + c = 112$

จะได้ $b = 500 - (112 + 78 + 96 + 111 + 39) = 64$

ดังนั้น จำนวนคนที่เคยไปกระบี่เพียงจังหวัดเดียวมี 64 คน

3.
 - 1) 1 ตัว
 - 2) 5 ตัว
 - 3) 7 ตัว
 - 4) 9 ตัว
 - 5) 0 ตัว
4.
 - 1) เป็นเท็จ
 - 2) เป็นจริง
 - 3) เป็นเท็จ
5.
 - 1) เป็นเซตว่าง
 - 2) ไม่เป็นเซตว่าง
 - 3) ไม่เป็นเซตว่าง
 - 4) เป็นเซตว่าง
 - 5) ไม่เป็นเซตว่าง
6.
 - 1) เซตอนันต์
 - 2) เซตจำกัด
 - 3) เซตอนันต์
 - 4) เซตจำกัด
 - 5) เซตอนันต์
 - 6) เซตอนันต์
7.
 - 1) $A \neq B$
 - 2) $A \neq B$
 - 3) $A = B$
 - 4) $A = B$
 - 5) $A \neq B$
8. $A = D$

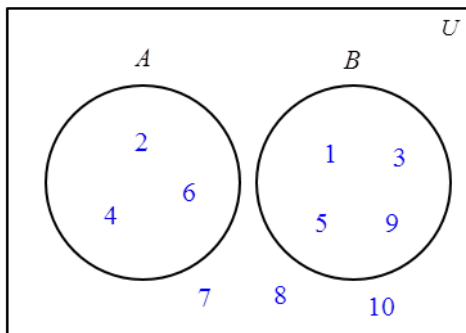
แบบฝึกหัด 1.1ข

1.
 - 1) ถูก
 - 2) ผิด
 - 3) ผิด
 - 4) ถูก
 - 5) ถูก
 - 6) ผิด
2. $A \subset B, C \subset A, C \subset B$

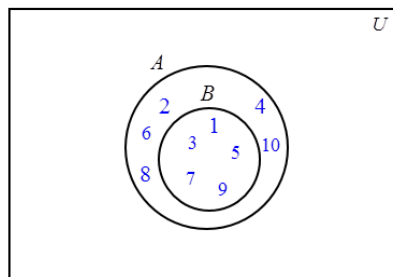
3. 1) เป็นจริง 2) เป็นจริง
- 3) เป็นจริง
4. 1) $\emptyset$ และ $\{1\}$
2) $\emptyset, \{1\}, \{2\}$ และ $\{1, 2\}$
3) $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}$ และ $\{-1, 0, 1\}$
4) $\emptyset, \{x\}, \{y\}$ และ $\{x, y\}$
5) $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ และ $\{a, b, c\}$
6) $\emptyset$

แบบฝึกหัด 1.1ค

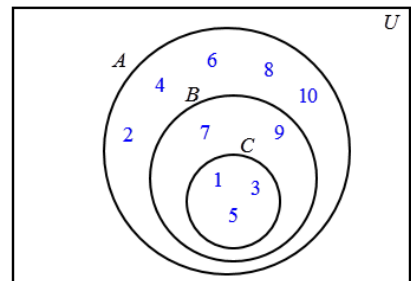
1.



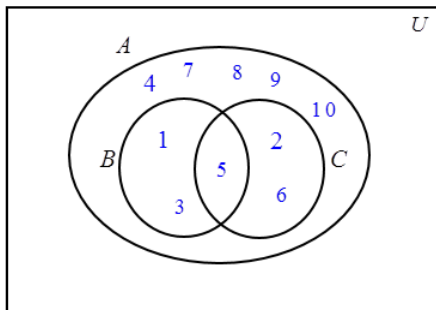
2. 1)



2)



3)

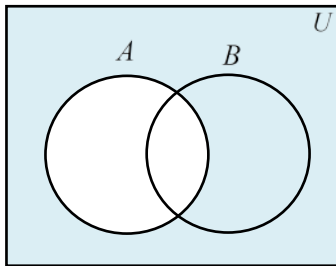


3. 1) 1 ตัว (คือ a)
 2) 2 ตัว (คือ d และ e)
 3) 3 ตัว (คือ x , y และ z)

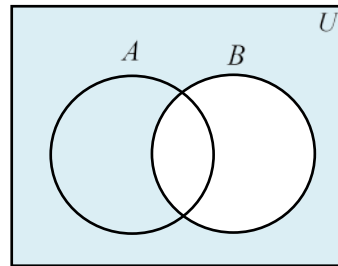
แบบฝึกหัด 1.2

1. 1) $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 2) $A \cap B = \{0, 2\}$
 3) $A - B = \{1, 8\}$ 4) $B - A = \{4, 7, 9\}$
 5) $A' = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ 6) $B' = \{1, 3, 5, 6, 8\}$
 7) $A \cup B' = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8\}$ 8) $A' \cap B = \{4, 7, 9\}$
2. 1) $A \cap B = \emptyset$ 2) $B \cup C = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 3) $B \cap C = \{3, 5\}$ 4) $A \cap C = \{4, 6\}$
 5) $C' = \{0, 1, 2, 7, 8\}$ 6) $C' \cap A = \{0, 2, 8\}$
 7) $C' \cap B = \{1, 7\}$ 8) $(A \cap B) \cup B = \{1, 3, 5, 7\}$

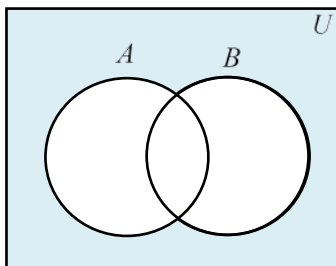
3. 1) A'



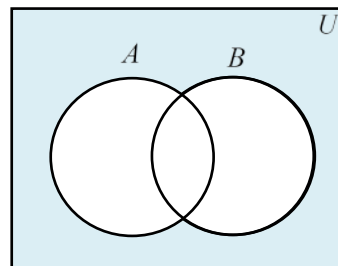
2) B'



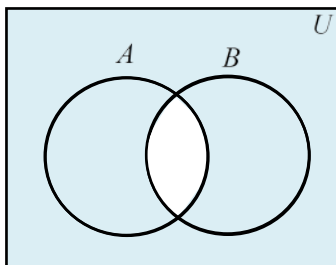
3) $A' \cap B'$



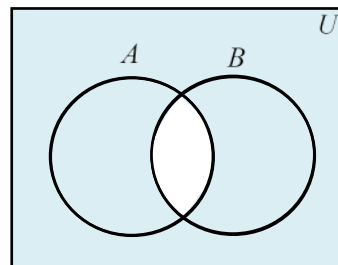
4) $(A \cup B)'$



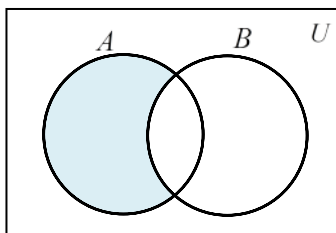
5) $A' \cup B'$



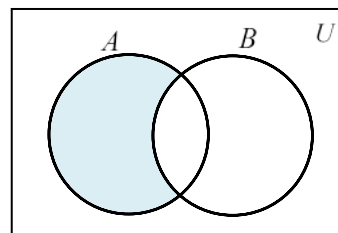
6) $(A \cap B)'$



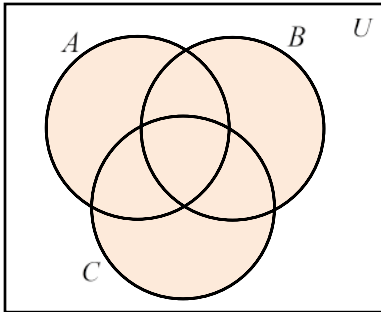
7) $A - B$



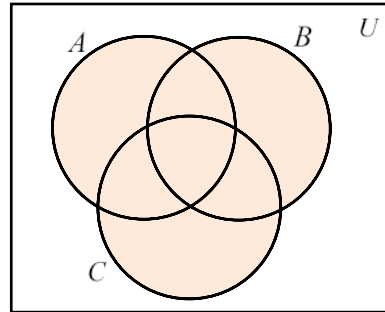
8) $A \cap B'$



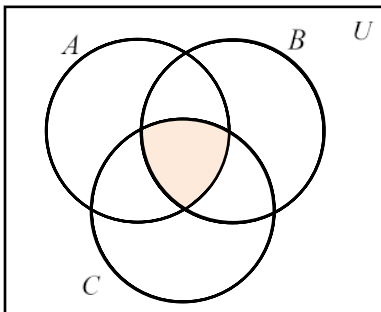
4. 1) $(A \cup B) \cup C$



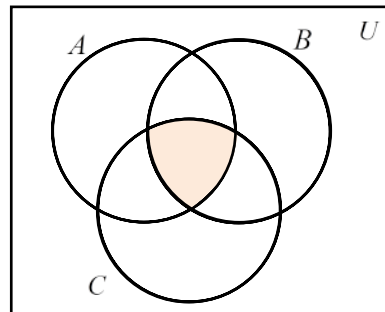
2) $A \cup (B \cup C)$



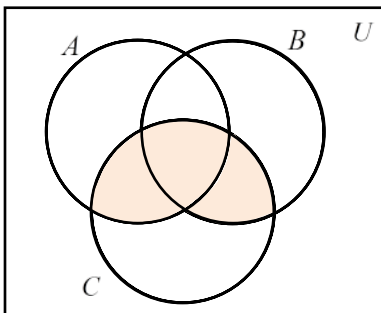
3) $(A \cap B) \cap C$



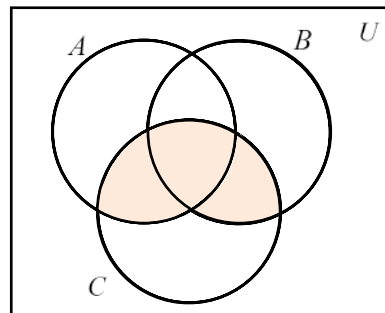
4) $A \cap (B \cap C)$



5) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$



6) $(A \cup B) \cap C$



5. 1) $A \cap C$

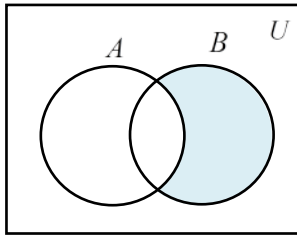
2) $C \cup B'$

3) $B - A$

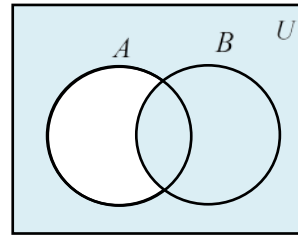
แบบฝึกหัดท้ายบท

1. 1) $\{48\}$ 2) $\emptyset$
 3) $\{5, 10, 15, \dots\}$ 4) $\{-2, 0, 2\}$
 5) $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$
2. 1) ตัวอย่างคำตอบ $\{x \mid x = 3n - 2 \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N} \text{ และ } 1 \leq n \leq 5\}$
 2) ตัวอย่างคำตอบ $\{x \in \mathbb{Z} \mid -20 \leq x \leq -10\}$
 3) ตัวอย่างคำตอบ $\{x \mid x = 4n + 1 \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$
 4) ตัวอย่างคำตอบ $\{x \mid x = n^3 \text{ เมื่อ } n \in \mathbb{N}\}$
3. 1) เซตจำกัด 2) เซตอนันต์
 3) เซตจำกัด 4) เซตจำกัด
 5) เซตอนันต์
4. 1) เป็นจริง 2) เป็นจริง
 3) เป็นเท็จ 4) เป็นจริง
 5) เป็นจริง 6) เป็นเท็จ
5. 1) A 2) $\emptyset$
 3) U 4) A
 5) A 6) U
6. 1) $A \cup B = A \cup (B - A)$ 2) $A \cap B' = A - (A \cap B)$
 3) $A' \cap B' = U - (A \cup B)$

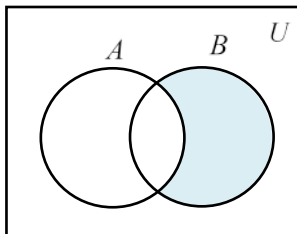
7. 1) $A' \cap B$



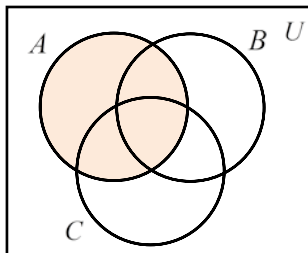
2) $(A \cap B)'$



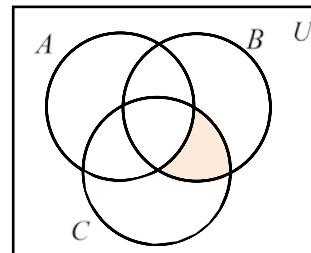
3) $(A \cup B)'$



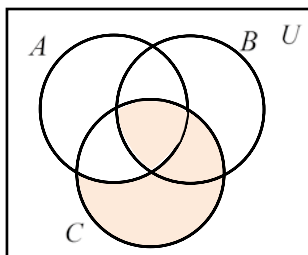
8. 1) $A \cup (A - B)$



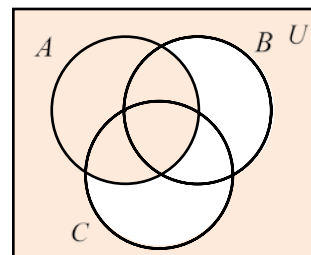
2) $(A' \cap B) \cap C$



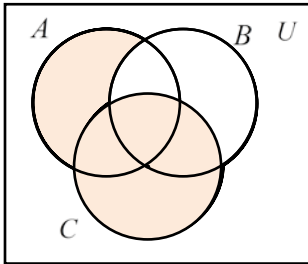
3) $(A - B)' \cap C$



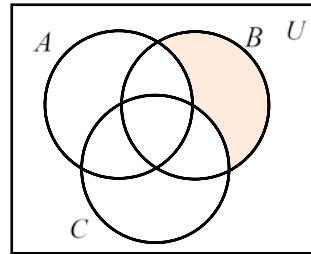
4) $A \cup (C' - B)$



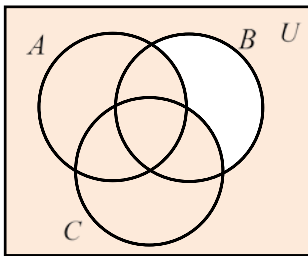
5) $(A \cap B') \cup C$



6) $A' \cap (C' \cap B)$



7) $A \cup (C' \cap B)'$



9. 1) $\{0, 2, 4, 7, 9, 12, 14\}$

3) $\{1, 4, 5, 7, 11, 12\}$

5) $\{1, 4, 12\}$

7) $\{0, 2, 7, 14\}$

10. 1) เป็นจริง

3) เป็นจริง

11. 1) เป็นจริง

3) เป็นจริง

5) เป็นจริง

12. $n(A) = 167$

13. 45%

2) $\{1, 4, 6, 9, 12, 15\}$

4) $\{4, 9, 12\}$

6) $\{4, 7, 12\}$

8) $\{1, 5, 6, 11, 15\}$

2) เป็นจริง

2) เป็นจริง

4) เป็นจริง

- | | |
|----------------|------------|
| 14. 1) 10% | 2) 75% |
| 15. 1) 13 คั่น | 2) 10 คั่น |
| 16. 405 คน | |
| 17. 1) 72% | 2) 84% |
| 3) 65% | 4) 13% |
| 18. 1) 52 คน | 2) 864 คน |
| 3) 136 คน | |
| 19. 16% | |
| 20. 1% | |

บทที่ 2

ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

การศึกษาเรื่องตรรกศาสตร์มีความสำคัญต่อการศึกษาคณิตศาสตร์เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล และตรรกศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยเรื่องของการใช้เหตุผลและผลในชีวิตประจำวัน ซึ่งความสามารถในการคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งที่มีความสำคัญที่สุดของมนุษย์ เนื้อหาเรื่องตรรกศาสตร์ที่นำเสนอในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้ มีเป้าหมายเพื่อให้ นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในบทเรียนนี้มุ่งให้นักเรียนบรรลุตัวชี้วัดและจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้



ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์



จุดมุ่งหมาย

1. จำแนกข้อความว่าเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์
2. หาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม
3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์



ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและสมการในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
- เซต

2.1 เนื้อหาสาระ

1. ประพจน์ คือ ประโยคหรือข้อความที่เป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ซึ่งประโยคหรือข้อความดังกล่าวจะอยู่ในรูปบอกเล่าหรือปฏิเสธก็ได้ ในตรรกศาสตร์เรียกการเป็น “จริง” หรือ “เท็จ” ของแต่ละประพจน์ว่า “ค่าความจริงของประพจน์”
2. ให้ p และ q เป็นประพจน์ใด ๆ เมื่อเชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” ($\wedge$) “หรือ” ($\vee$) “ถ้า...แล้ว...” ($\rightarrow$) และ “ก็ต่อเมื่อ” ($\leftrightarrow$) จะมีข้อตกลงเกี่ยวกับค่าความจริงของประพจน์ที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ p และ q โดยให้ T และ F แทนจริงและเท็จตามลำดับ ดังนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

ถ้า p เป็นประพจน์ใด ๆ แล้ว นิเสธของ p เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sim p$ และเขียนตารางค่าความจริงของ $\sim p$ ได้ดังนี้

p	$\sim p$
T	F
F	T

3. ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ซึ่งยังไม่กำหนดค่าความจริง จะเรียก p, q และ r ว่าเป็นตัวแปรแทนประพจน์ใด ๆ และเรียกประพจน์ที่มีตัวเชื่อม เช่น $\sim p, p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ ว่า “รูปแบบของประพจน์”

2.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน

ประพจน์



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- การจำแนกข้อความว่าเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์ อาจไม่จำเป็นต้องทราบค่าความจริงที่แน่นอนของประพจน์นั้น เช่น มีสิ่งมีชีวิตอยู่บนดาวอังคาร
- การเลือกตัวอย่างในชั้นเรียนหรือแบบทดสอบระหว่างเรียนที่จะให้นักเรียนบอกค่าความจริงของประพจน์ที่ไม่ใช่ข้อความทางคณิตศาสตร์ ครูควรเลือกให้เหมาะสมกับความรู้และประสบการณ์ของนักเรียน เช่น ยุงลายเป็นพาหะของโรคไข้เลือดออก โรคเลือดออกตามไรฟันเป็นโรคที่เกิดจากการขาดวิตามินซี และหลีกเลี่ยงตัวอย่างข้อความที่ใช้ความรู้สึกในการตัดสินว่าข้อความนั้นเป็นจริงหรือเท็จ เช่น นารีสวย ปกรณ์เป็นคนดี

- ในการสอนเกี่ยวกับประพจน์ ครูไม่ควรยกตัวอย่างข้อความที่ใช้สรรพนามบุรุษที่ 2 และ 3 เช่น เขาซื้อขนม ลุงกับป้าไปเที่ยวต่างประเทศ ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสนว่า ข้อความดังกล่าวเป็นประพจน์หรือไม่ เนื่องจากนักเรียนจะต้องทราบบริบทของข้อความดังกล่าวจึงจะสามารถสรุปค่าความจริงของข้อความดังกล่าวได้ เช่น “เขา” “ลุง” “ป้า” หมายถึงใคร



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 2.1

2. จงเขียนประโยคหรือข้อความที่เป็นประพจน์มา 5 ประพจน์ พร้อมทั้งบอกค่าความจริงของประพจน์นั้น ๆ

แบบฝึกหัดนี้มีคำตอบได้หลายแบบ โดยอาจเป็นได้ทั้งข้อความทางคณิตศาสตร์ เช่น $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$ และไม่ใช่ข้อความทางคณิตศาสตร์ เช่น หนึ่งปีมีสิบสองเดือน ควรให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนประโยคหรือข้อความที่เป็น ประพจน์ ซึ่ง คำตอบของนักเรียนไม่จำเป็นต้องตรงกับที่ครูคิดไว้

การเชื่อมประพจน์

การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ”

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ” โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรม : การแต่งกายของลูกปัด

ให้ p แทนข้อความ “ลูกปัดใส่เสื้อสีขาว”

และ q แทนข้อความ “ลูกปัดใส่กางเกงสีฟ้า”

จะได้ว่า $p \wedge q$ แทนข้อความ “ลูกปัดใส่เสื้อสีขาวและลูกปัดใส่กางเกงสีฟ้า”

หรือเขียนโดยย่อเป็น “ลูกปัดใส่เสื้อสีขาวและกางเกงสีฟ้า”

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนเติมตารางค่าความจริง ต่อไปนี้

ลูกปัดใส่เสื้อสีขาว (p)	ลูกปัดใส่กางเกงสีฟ้า (q)	ลูกปัดใส่เสื้อสีขาวและกางเกงสีฟ้า ($p \wedge q$)

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตารางค่าความจริงที่ได้จากข้อ 1

เมื่อจบกิจกรรมนี้แล้ว ครูควรให้นักเรียนสรุปได้ว่าการเชื่อมประพจน์ด้วย “และ” มีข้อตกลงว่าประพจน์ใหม่จะเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นเป็นจริงทั้งคู่ กรณีอื่น ๆ เป็นเท็จทุกกรณี จากนั้นครูสรุปการเขียนตารางค่าความจริงของ $p \wedge q$

ต้นน้ำเลี้ยงแมว (p)	ต้นน้ำเลี้ยงนก (q)	ต้นน้ำเลี้ยงแมวหรือนก ($p \vee q$)

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตารางค่าความจริงที่ได้จากข้อ 1

เมื่อจบกิจกรรมนี้แล้ว ครูควรให้นักเรียนสรุปได้ว่าการเชื่อมประพจน์ด้วย “หรือ” มีข้อตกลงว่า ประพจน์ใหม่จะเป็นเท็จในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันเป็นเท็จทั้งคู่ กรณีอื่น ๆ เป็นจริงทุกกรณี จากนั้นครูสรุปการเขียนตารางค่าความจริงของ $p \vee q$



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

การใช้ตัวเชื่อม “หรือ” ในทางตรรกศาสตร์จะหมายถึงการเลือกอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่าง

การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว...”

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว...” โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรม : สัญญาระหว่างพ่อกับจิว

ให้ p แทนข้อความ “จิวกวาดบ้าน”

และ q แทนข้อความ “พ่อให้ขนม”

จะได้ว่า $p \rightarrow q$ แทนข้อความ “ถ้าจิวกวาดบ้านแล้วพ่อจะให้ขนม”

การรักษาสัญญาของพ่อจะเทียบกับค่าความจริงของ $p \rightarrow q$

ซึ่งในกรณีที่ $p \rightarrow q$ เป็นจริง หมายถึง พ่อรักษาสัญญา

ในกรณีที่ $p \rightarrow q$ เป็นเท็จ หมายถึง พ่อไม่รักษาสัญญา

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนเติมค่าความจริงลงในตารางต่อไปนี้

จิวกวาดบ้าน (p)	พ่อให้ขนม (q)	พ่อรักษาสัญญา ($p \rightarrow q$)

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตารางค่าความจริงที่ได้จากข้อ 1

เมื่อจบกิจกรรมนี้แล้ว ครูควรให้นักเรียนสรุปได้ว่าการเชื่อมประพจน์ด้วย “ถ้า...แล้ว...” มีข้อตกลงว่าประพจน์ใหม่จะเป็นเท็จในกรณีที่เหตุเป็นจริงและผลเป็นเท็จเท่านั้น กรณีอื่น ๆ เป็นจริงทุกกรณี ครูควรชี้แจงเพิ่มเติมว่าประพจน์ซึ่งตามหลังคำว่า ถ้า เรียกว่า “เหตุ” ส่วนประพจน์ซึ่งตามหลังคำว่า แล้ว เรียกว่า “ผล” จากนั้นครูสรุปการเขียนตารางค่าความจริงของ $p \rightarrow q$

การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ”

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรม : เกรตวิชาคณิตศาสตร์ของปุยนุ่น

ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” อาจพิจารณาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ เช่น โรงเรียนแห่งหนึ่งกำหนดว่า “นักเรียนได้เกรด 4 วิชาคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อนักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 80% ของคะแนนเต็มวิชาคณิตศาสตร์” สมมติว่าปุยนุ่นเป็นนักเรียนของโรงเรียนแห่งนี้

ให้ p แทนข้อความ “ปุยนุ่นได้เกรด 4 วิชาคณิตศาสตร์”

และ q แทนข้อความ “ปุยนุ่นได้คะแนนตั้งแต่ 80% ของคะแนนเต็มวิชาคณิตศาสตร์”

จะได้ว่า $p \leftrightarrow q$ แทนข้อความ “ปุยนุ่นได้เกรด 4 วิชาคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อนักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 80% ของคะแนนเต็มวิชาคณิตศาสตร์”

การเกิดขึ้นได้ของสถานการณ์นี้จะเทียบได้กับค่าความจริงของ $p \leftrightarrow q$

ในกรณีที่สถานการณ์นี้เกิดขึ้นได้จริง จะได้ว่า $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง

ในกรณีที่สถานการณ์นี้ไม่สามารถเกิดขึ้นได้ จะได้ว่า $p \leftrightarrow q$ เป็นเท็จ

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนเติมตารางค่าความจริง ต่อไปนี้

ปยุ่นุ่นได้เกรด 4 วิชา คณิตศาสตร์ (p)	ปยุ่นุ่นได้คะแนนตั้งแต่ 80% ของคะแนนทั้งหมด (q)	การเกิดขึ้นได้ของ สถานการณ์นี้ ($p \leftrightarrow q$)

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตารางค่าความจริงที่ได้จากข้อ 1

เมื่อจบกิจกรรมนี้แล้ว ครูควรให้นักเรียนสรุปได้ว่าการเชื่อมประพจน์ด้วย “ก็ต่อเมื่อ” มีข้อตกลงว่าประพจน์ใหม่จะเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นเป็นจริงทั้งคู่หรือเป็นเท็จทั้งคู่เท่านั้น กรณีอื่น ๆ เป็นเท็จเสมอ จากนั้นครูสรุปการเขียนตารางค่าความจริงของ $p \leftrightarrow q$



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

ตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” พบได้บ่อยในการศึกษาคณิตศาสตร์ เช่น บทนิยามเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งกล่าวว่า “รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน” หมายความว่า “รูปสามเหลี่ยมใดจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วก็ต่อเมื่อ

รูปสามเหลี่ยมนั้นมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน” ซึ่งมีความหมายเดียวกับ “ถ้ารูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะมีด้านยาวเท่ากันสองด้าน และถ้ารูปสามเหลี่ยมใดมีด้านยาวเท่ากันสองด้านแล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว”

นิเสธของประพจน์

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้



กิจกรรม : งานอดิเรกของหนูดี

ให้ p แทนข้อความ “หนูดีอ่านหนังสือ”

จะได้ว่า $\sim p$ แทนข้อความ “หนูดีไม่ได้อ่านหนังสือ”

จะได้ตารางค่าความจริง ดังนี้

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนเติมค่าความจริงลงในตารางต่อไปนี้

หนูดีอ่านหนังสือ (p)	หนูดีไม่ได้อ่านหนังสือ $\sim p$

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตารางค่าความจริงที่ได้จากข้อ 1

เมื่อจบกิจกรรมนี้แล้ว ครูควรให้นักเรียนสรุปได้ว่าค่าความจริงของนิเสธจะตรงข้ามกับค่าความจริงของประพจน์เดิมเสมอ จากนั้นครูสรุปการเขียนตารางค่าความจริงของ $\sim p$

การหาค่าความจริงของประพจน์



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- ครูควรเขียนวงเล็บในตัวอย่างที่ต้องการให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงทุกครั้ง ไม่ควรละวงเล็บไว้ให้นักเรียนตัดสินใจเอง ยกเว้นตัวเชื่อม “ $\sim$ ” ซึ่งในหนังสือเรียนของ สสวท. ไม่ได้ใส่วงเล็บไว้เช่นกัน เนื่องจากถือว่าเป็นตัวเชื่อมที่ต้องหาค่าความจริงก่อน เช่น สำหรับประพจน์ $p \vee \sim p$ นั้น ต้องหาค่าความจริงของ $\sim p$ ก่อน แล้วจึงหาค่าความจริงของ $p \vee \sim p$ ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับ $p \vee (\sim p)$
- การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมสามารถทำได้หลายวิธี ทั้งนี้ครูควรให้นักเรียนฝึกฝนการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมโดยใช้แผนภาพ ซึ่งสามารถเขียนแสดงได้หลายแบบ ควรให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนแผนภาพโดยไม่จำเป็นต้องตรงกับที่ครูคิดไว้ จะเป็นประโยชน์ในการศึกษาหัวข้อต่อ ๆ ไป

2.3 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน

การวัดผลระหว่างเรียนเป็นการวัดผลการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอน และตรวจสอบนักเรียนแต่ละคนว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ครูสอนมากน้อยเพียงใด การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นแนวทางหนึ่งที่ครูอาจใช้เพื่อประเมินผลด้านความรู้ระหว่างเรียนของ

นักเรียน ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดที่ครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญของแต่ละบทไว้ สำหรับในบทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ครูอาจใช้แบบฝึกหัดเพื่อวัดผลประเมินผลความรู้ในแต่ละเนื้อหาได้ดังนี้

เนื้อหา	แบบฝึกหัด	
ประพจน์และค่าความจริงของประพจน์	2.1	ข้อ 1, 2
การเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม	2.2	ข้อ 1, 2, 3

2.4 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนจบบทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น แล้วนักเรียนสามารถ

1. จำแนกข้อความว่าเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์
2. หาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม
3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดท้ายบทที่ประกอบด้วยโจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมาย ซึ่งประกอบด้วยโจทย์ฝึกทักษะที่มีความน่าสนใจและโจทย์ท้าทาย ครูอาจเลือกใช้แบบฝึกหัดท้ายบทวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบทเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถตามจุดมุ่งหมายเมื่อเรียนจบบทเรียนหรือไม่

ทั้งนี้ แบบฝึกหัดท้ายบทแต่ละข้อในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของบทเรียน ดังนี้

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย		
		จำแนกข้อความ ว่าเป็นประพจน์ หรือไม่เป็นประพจน์	หาค่าความจริงของ ประพจน์ที่มีตัวเชื่อม	ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและ สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์
1.	1)	✓		
	2)	✓		
	3)	✓		
	4)	✓		
	5)	✓		
	6)	✓		
	7)	✓		
	8)	✓		
	9)	✓		
	10)	✓		
2.	1)	โจทย์ฝึกทักษะ		
	2)	โจทย์ฝึกทักษะ		
	3)	โจทย์ฝึกทักษะ		
	4)	โจทย์ฝึกทักษะ		

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย		
		จำแนกข้อความ ว่าเป็นประพจน์ หรือไม่เป็นประพจน์	หาค่าความจริงของ ประพจน์ที่มีตัวเชื่อม	ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและ สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์
	5)	โจทย์ฝึกทักษะ		
	6)	โจทย์ฝึกทักษะ		
3.	1)		✓	
	2)		✓	
	3)		✓	
	4)		✓	
4.		โจทย์ฝึกทักษะ		
5.	1)		✓	
	2)		✓	
	3)		✓	
	4)		✓	
	5)		✓	
6.	1)		✓	
	2)		✓	
	3)		✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย		
		จำแนกข้อความ ว่าเป็นประพจน์ หรือไม่เป็นประพจน์	หาค่าความจริงของ ประพจน์ที่มีตัวเชื่อม	ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและ สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์
	4)		✓	
7.	1)			✓
	2)			✓
	3)			✓
	4)			✓
8.				✓
9.				✓
10.				✓

2.5 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู

- เป้าหมายประการหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ คือ การศึกษาทำความเข้าใจธรรมชาติ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยใช้ “ระบบเชิงคณิตศาสตร์” (mathematical system) ซึ่งระบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นแนวคิดเชิงนามธรรมที่ใช้แทนธรรมชาติ หรือปรากฏการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น “ระบบจำนวนจริง” (real number system) เป็นแนวคิดที่ใช้แทนจำนวนหรือขนาดของสิ่งต่าง ๆ หรือ “เรขาคณิตแบบยูคลิด” (Euclidean geometry) เป็นแนวคิดหนึ่งที่ใช้แทนวัตถุต่าง ๆ ในปริภูมิ
- ระบบเชิงคณิตศาสตร์แต่ละระบบ มีองค์ประกอบดังต่อไปนี้
 1. **เอกภพสัมพัทธ์** (universe) คือ เซตของสิ่งที่จะศึกษาในระบบนั้น เช่น เซตของจำนวนนับ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนจริง
 2. **คำนิยาม** (undefined term) ได้แก่ คำซึ่งเป็นที่เข้าใจความหมายกันโดยทั่วไปโดยไม่ต้องอธิบาย เช่น คำว่า “เหมือนกัน” หรือคำว่า “จุด” และ “เส้น” ในเรขาคณิตแบบยูคลิด
 3. **คำนิยาม** (defined term) คือ คำที่สามารถให้ความหมายโดยใช้คำนิยาม หรือคำนิยามอื่นที่มีมาก่อนแล้วได้ เช่น คำว่า “จำนวนคู่” หรือคำว่า “รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก”
 4. **สัจพจน์** (axiom) คือ ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงในระบบเชิงคณิตศาสตร์นั้น โดยไม่ต้องพิสูจน์ เช่น สัจพจน์เชิงพีชคณิตของระบบจำนวนจริง สัจพจน์เชิงอันดับของระบบจำนวนจริง สัจพจน์ความสมบูรณ์ของระบบจำนวนจริง
 5. **ทฤษฎีบท** (theorem) คือ ข้อความที่พิสูจน์แล้วว่าเป็นจริงในระบบเชิงคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยการพิสูจน์ (proof) คือ กระบวนการอ้างเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ต้องการ ซึ่งมักต้องนำคำนิยาม คำนิยาม รวมทั้งสัจพจน์ หรือทฤษฎีบทที่มีอยู่ก่อนแล้วมาใช้ในการพิสูจน์ เช่น ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ในบางกรณี ข้อความที่พิสูจน์แล้วว่าเป็นจริง อาจไม่เรียกว่าทฤษฎีบทเสมอไป โดยมีคำเฉพาะที่ใช้เรียกทฤษฎีบทบางประเภท เช่น “บทตั้ง” (lemma) ที่ใช้เรียกทฤษฎีบทซึ่งจะนำไปใช้พิสูจน์ ทฤษฎีบทถัดไปที่เป็นทฤษฎีบทหลัก หรือทฤษฎีบทที่มีความสำคัญมากกว่า และ “บทแทรก” (corollary) ที่ใช้เรียกทฤษฎีบทซึ่งเป็นผลอย่างง่ายจากทฤษฎีบทที่มีมาก่อนหน้า

นอกจากนี้ ในบางกรณี จะใช้คำว่า “สมบัติ” (property) แทนข้อความที่เป็นจริงใด ๆ ในระบบเชิงคณิตศาสตร์ระบบหนึ่ง โดยสมบัติอาจเป็นความจริงเกี่ยวกับคำนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทก็ได้ และอาจใช้คำว่า “กฎ” (law) สำหรับความจริงที่เป็นสัจพจน์หรือทฤษฎีบทอีกด้วย

ครูควรระลึกอยู่เสมอว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กำลังพิจารณาเป็นองค์ประกอบใดของระบบเชิงคณิตศาสตร์ นั่นคือ ควรทราบว่าสิ่งใดเป็นสัจพจน์ สิ่งใดเป็นทฤษฎีบท เช่น ไม่ควรพยายามพิสูจน์สัจพจน์เกี่ยวกับจำนวนจริงในระบบจำนวนจริง

2.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและเฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

ในส่วนนี้จะนำเสนอตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น สำหรับรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลประเมินผล

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. จงพิจารณาประโยคหรือข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือไม่ ถ้าเป็นประพจน์ จงหาค่าความจริงของประพจน์นั้น

- 1) ง่วงนอนจัง
 - 2) เธอต้องไปเดี๋ยวนี้
 - 3) $\pi = \frac{22}{7}$
 - 4) $1 \notin \{2, 3\}$
 - 5) $\sqrt{2}$ ไม่ใช่จำนวนจริง
 - 6) $1, 2, 3, \dots$
 - 7) ทำไม $a + b = b + a$
2. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ ซึ่ง p และ q มีค่าความจริงเป็นจริงและเท็จตามลำดับ จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้
- 1) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
 - 2) $(p \wedge \sim q) \vee r$
3. กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ใด ๆ ถ้า r เป็นประพจน์เชิงประกอบที่เกิดจากการเชื่อมประพจน์ p กับ q ซึ่งมีค่าความจริงดังตารางต่อไปนี้

p	q	r
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

จงเขียนประพจน์ r ในรูปประพจน์ p กับ q

4. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ ซึ่ง $p \rightarrow q, q \rightarrow r$ และ $r \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาค่าความจริงของประพจน์ $p \leftrightarrow r$
5. จงหานิเสธของข้อความ “ถ้า x เป็นจำนวนนับ แล้ว x เป็นจำนวนคู่ หรือ x เป็นจำนวนคี่”

เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1.
 - 1) ไม่เป็นประพจน์
 - 2) ไม่เป็นประพจน์
 - 3) เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 4) เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 5) เป็นประพจน์ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 6) ไม่เป็นประพจน์
 - 7) ไม่เป็นประพจน์
2.
 - 1) จาก p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \leftrightarrow q$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 2) จาก q เป็นเท็จ จะได้ $\sim q$ เป็นจริง
จาก p เป็นจริง และ $\sim q$ เป็นจริง จะได้ $p \wedge \sim q$ เป็นจริง
ดังนั้น $(p \wedge \sim q) \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ตัวอย่างคำตอบ

$$\sim (p \leftrightarrow q)$$

$$\sim [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

4. พิจารณาตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$r \rightarrow p$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	T

สังเกตว่าถ้า $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ และ $r \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็นจริง

จะได้ p , q และ r ต้องมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด หรือเป็นเท็จทั้งหมด

ดังนั้น $p \leftrightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5. ให้ p แทนประพจน์ “ x เป็นจำนวนนับ”

q แทนประพจน์ “ x เป็นจำนวนคู่”

r แทนประพจน์ “ x เป็นจำนวนคี่”

จะได้ว่าข้อความ “ถ้า x เป็นจำนวนนับ แล้ว x เป็นจำนวนคู่ หรือ x เป็นจำนวนคี่” เขียน

แทนด้วยรูปแบบของประพจน์ $p \rightarrow (q \vee r)$

นิเสธของ $p \rightarrow (q \vee r)$ คือ $\sim [p \rightarrow (q \vee r)]$

เนื่องจาก $\sim [p \rightarrow (q \vee r)] \equiv \sim [\sim p \vee (q \vee r)]$

$$\equiv p \wedge \sim (q \vee r)$$

$$\equiv p \wedge \sim q \wedge \sim r$$

โดยที่รูปแบบของประพจน์ $p \wedge \sim q \wedge \sim r$ แทนข้อความ “ถ้า x เป็นจำนวนนับ และ x ไม่เป็นจำนวนคู่ และ x ไม่เป็นจำนวนคี่”

ดังนั้น นิเสธของข้อความ “ถ้า x เป็นจำนวนนับ แล้ว x เป็นจำนวนคู่ หรือ x เป็นจำนวนคี่” คือ “ถ้า x เป็นจำนวนนับ และ x ไม่เป็นจำนวนคู่ และ x ไม่เป็นจำนวนคี่”

2.7 เฉลยแบบฝึกหัด

คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งการเฉลยแบบฝึกหัดเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เฉลยคำตอบ และส่วนที่ 2 เฉลยคำตอบพร้อมวิธีทำอย่างละเอียด ซึ่งเฉลยแบบฝึกหัดที่อยู่ในส่วนนี้เป็นการเฉลยคำตอบของแบบฝึกหัด โดยไม่ได้แนะนำวิธีทำ อย่างไรก็ตามครูสามารถศึกษาวิธีทำโดยละเอียดของแบบฝึกหัดได้ในส่วนท้ายของคู่มือครูเล่มนี้

แบบฝึกหัด 2.1

- | | |
|--|--|
| 1. 1) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ | 2) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 3) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ | 4) ไม่เป็นประพจน์ |
| 5) ไม่เป็นประพจน์ | 6) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 7) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ | 8) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ |
| 9) ไม่เป็นประพจน์ | 10) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 11) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ | 12) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 13) ไม่เป็นประพจน์ | 14) ไม่เป็นประพจน์ |

- 15) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 16) ไม่เป็นประพจน์
17) ไม่เป็นประพจน์ 18) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

2. ตัวอย่างคำตอบ

$2 > 3$ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$\emptyset \in \{1, 2, 3\}$ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

หนึ่งปีมีสิบสองเดือน เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

$\sqrt{4}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เดือนมกราคม มี 31 วัน เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

แบบฝึกหัด 2.2

1. 1) นิเสธของประพจน์ $4 + 9 = 10 + 3$ คือ $4 + 9 \neq 10 + 3$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2) นิเสธของประพจน์ $-6 \nless 7$ คือ $-6 < 7$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3) นิเสธของประพจน์ $\sqrt{100}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม คือ $\sqrt{100}$ เป็นจำนวนเต็ม
มีค่าความจริงเป็นจริง
4) นิเสธของประพจน์ $2 \nless \{2\}$ คือ $2 \subset \{2\}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. 1) มีค่าความจริงเป็นเท็จ 2) มีค่าความจริงเป็นจริง
3) มีค่าความจริงเป็นเท็จ 4) มีค่าความจริงเป็นจริง
5) มีค่าความจริงเป็นเท็จ 6) มีค่าความจริงเป็นเท็จ
7) มีค่าความจริงเป็นจริง 8) มีค่าความจริงเป็นเท็จ
9) มีค่าความจริงเป็นเท็จ 10) มีค่าความจริงเป็นเท็จ
11) มีค่าความจริงเป็นจริง 12) มีค่าความจริงเป็นจริง

3. 1) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง
- 2) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง
- 3) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $\sim p$ และมีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 4) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง
- 5) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง
- 6) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \rightarrow q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง
- 7) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$ และมีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 8) ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$ และมีค่าความจริงเป็นจริง

แบบฝึกหัดท้ายบท

1.
 - 1) ไม่เป็นประพจน์
 - 2) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 3) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 4) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 5) ไม่เป็นประพจน์
 - 6) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 7) ไม่เป็นประพจน์
 - 8) ไม่เป็นประพจน์
 - 9) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 10) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
2.
 - 1) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$
 - 2) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$
 - 3) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q \sim r$
 - 4) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $(p \wedge q) \rightarrow r$
 - 5) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$
 - 6) ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s \vee (r \wedge s))$

- 4) ประพจน์ $(p \vee q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
8. ฟาโสมีสืบทิธีได้เลื่อนตำแหน่ง
9. สุธียาจะได้รับเงินรางวัล 45,000 บาท
เมฆาจะไม่ได้รับเงินรางวัล
กมลจะได้รับเงินรางวัล 140,000 บาท
และทิวาจะได้รับเงินรางวัล 800,000 บาท
10. ม่านแก้วจะสามารถกู้เงินกับบริษัทนี้ได้

บทที่ 3

หลักการนับเบื้องต้น

การศึกษาเรื่องหลักการนับเบื้องต้นมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งในชีวิตประจำวันจะพบปัญหาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับการนับอยู่เสมอ เช่น การวางแผนการจัดการแข่งขันกีฬา การกำหนดป้ายทะเบียนรถยนต์นั่งส่วนบุคคล การบริหารจัดการเกี่ยวกับการออกตัวชมการแสดง ซึ่งความรู้เกี่ยวกับหลักการนับ เช่น หลักการบวก หลักการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ จะช่วยให้สามารถนับจำนวนสิ่งของต่าง ๆ ได้สะดวกขึ้น โดยเฉพาะเมื่อสิ่งของนั้นมีจำนวนมาก และมีองค์ประกอบที่ซับซ้อน เนื้อหาเรื่องหลักการนับเบื้องต้นที่นำเสนอในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้นและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับในบทเรียนนี้มุ่งให้นักเรียนบรรลุตัวชี้วัดและจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้



ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา



จุดมุ่งหมาย

1. ใช้หลักการนับเบื้องต้นในการแก้ปัญหา
2. ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา
3. ใช้วิธีจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา



ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและหลักการนับเบื้องต้นในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3.1 เนื้อหาสาระ

1. หลักการบวก

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งวิธีทำงานออกเป็น k กรณี โดยที่

กรณีที่ 1 สามารถทำได้ n_1 วิธี

กรณีที่ 2 สามารถทำได้ n_2 วิธี

⋮

กรณีที่ k สามารถทำได้ n_k วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง k กรณีไม่ซ้ำซ้อนกันและการทำงานในแต่ละกรณีทำให้งานเสร็จสมบูรณ์ แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี

2. หลักการคูณ

ในการทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนการทำงานออกเป็น k ขั้นตอน ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 มีวิธีเลือกทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 สามารถทำขั้นตอนที่ 2 ได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 สามารถทำขั้นตอนที่ 3 ได้ n_3 วิธี

⋮

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ $k-1$ สามารถทำขั้นตอนที่ k ต่อไปได้ n_k วิธี

แล้วจะทำงาน k ขั้นตอน ได้ $n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$ วิธี

3. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n คือ การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n เขียนแทนด้วย $n!$

4. การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีในการนำสิ่งของ r ชิ้น จากสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น มาเรียงสับเปลี่ยน

เชิงเส้น คือ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ วิธี

5. การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n ชิ้น โดยเลือกคราวละ r ชิ้น คือ

$$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ วิธี}$$

3.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของหลักการนับ โดยใช้กิจกรรมการนับจำนวนหมายเลขทะเบียนรถยนต์ ดังนี้



กิจกรรม : หมายเลขรถยนต์

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูยกตัวอย่างรูปป้ายทะเบียนรถยนต์นั่งส่วนบุคคลในกรุงเทพมหานครในปัจจุบัน ซึ่งประกอบด้วยเลขโดด 1 ตัวที่ไม่ใช่ 0 ตามด้วยพยัญชนะไทย 2 ตัว และจำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 4 หลัก 1 จำนวน ซึ่งมีลักษณะดังรูป



2. ครูให้นักเรียนบอกลักษณะที่สังเกตได้จากป้ายทะเบียน และเปรียบเทียบว่ามีความแตกต่างกับจังหวัดที่นักเรียนอาศัยอยู่อย่างไร เพราะเหตุใดจึงมีความแตกต่างเช่นนั้น
3. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า ถ้าต้องการทราบจำนวนหมายเลขทะเบียนรถยนต์ในรูปแบบนี้ จะมีได้ทั้งหมดกี่หมายเลขและมีวิธีการนับอย่างไร

ในการจัดกิจกรรมนี้ ครูควรเน้นให้นักเรียนเห็นว่า ในการนับจำนวนหมายเลขทะเบียนรถยนต์ข้างต้น อาจไม่สะดวกที่จะนับโดยตรง เหมือนกับการนับจำนวนสิ่งของที่มีไม่มากและไม่ซับซ้อน เช่น การนับจำนวนนักเรียนในห้อง จำนวนไม้ยืนต้นในบริเวณบ้าน หรือจำนวนหนังสือในกระเป๋านักเรียน ดังนั้น การใช้ความรู้เกี่ยวกับหลักการนับจะช่วยให้สามารถนับจำนวนสิ่งของต่าง ๆ ได้สะดวกขึ้น โดยเฉพาะเมื่อสิ่งของที่นับมีจำนวนมาก และมีองค์ประกอบที่ซับซ้อน

หลักการบวกและหลักการคูณ

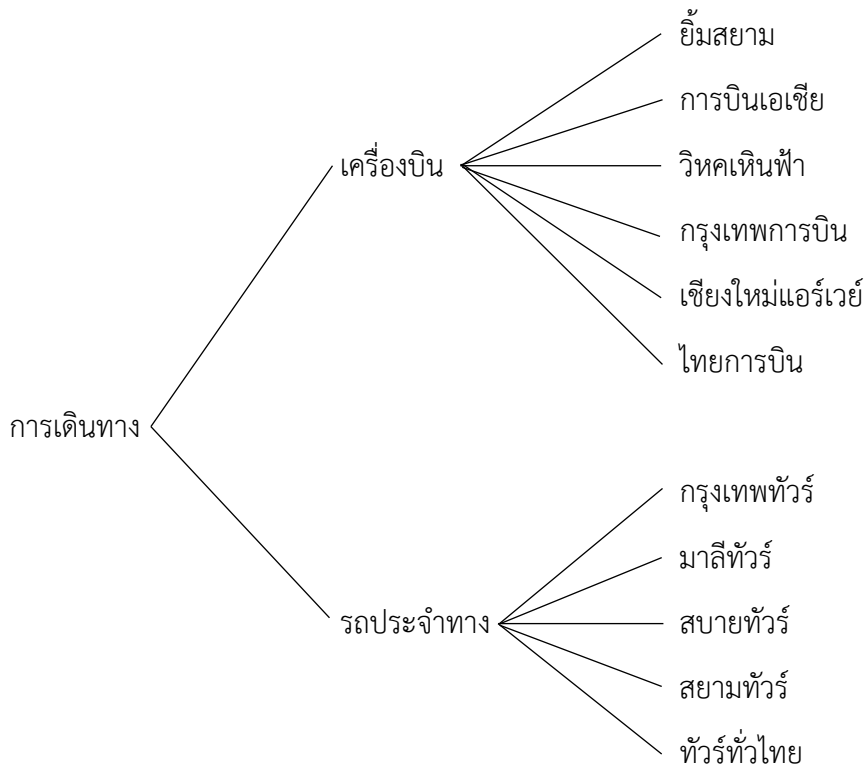
ครูอาจนำเข้าสู่หลักการบวก โดยยกตัวอย่างการเลือกบริษัทผู้ให้บริการสำหรับเดินทางกลับเชียงใหม่ของบัวตองจากหนังสือเรียน ดังนี้

ถ้าบัวตองจะเดินทางจากกรุงเทพฯ กลับไปเยี่ยมบ้านที่เชียงใหม่ โดยจะเลือกเดินทางโดยเครื่องบินหรือรถประจำทาง และสมมติว่ามีสายการบินและบริษัทรถประจำทางให้เลือกดังตาราง แล้วบัวตองจะเลือกบริษัทผู้ให้บริการได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีเดินทาง	บริษัทผู้ให้บริการ
เครื่องบิน	1. ยิ้มสยาม 2. การบินเอเชีย 3. วิหคเหินฟ้า 4. กรุงเทพฯการบิน 5. เชียงใหม่แอร์เวย์ 6. ไทยการบิน
รถประจำทาง	1. กรุงเทพฯทัวร์ 2. มาลีทัวร์ 3. สบายทัวร์ 4. สยามทัวร์ 5. ทัวร์ทั่วไทย

ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้วิธีที่หลากหลายในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนอาจเขียนแสดงโดยใช้แผนภาพต้นไม้ หรือเขียนแสดงในตาราง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างคำตอบที่ 1 แสดงโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้



ตัวอย่างคำตอบที่ 2 แสดงโดยแจกแจงกรณีในรูปตารางได้ดังนี้

วิธีที่	วิธีเดินทาง		บริษัทผู้ให้บริการ เครื่องบิน						บริษัทผู้ให้บริการ รถประจำทาง				
	เครื่องบิน	รถประจำทาง	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	✓		✓										
2	✓			✓									
3	✓				✓								
4	✓					✓							
5	✓						✓						
6	✓							✓					
7		✓							✓				
8		✓								✓			
9		✓									✓		
10		✓										✓	
11		✓											✓

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากตัวอย่าง ซึ่งจะพบว่าในการแก้ปัญหาข้างต้นได้ใช้การนับโดยแบ่งวิธีที่เป็นไปได้ออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่เดินทางโดยเครื่องบิน และกรณีเดินทางโดยรถประจำทาง ซึ่งบริษัทผู้ให้บริการในทั้งสองกรณีไม่ซ้ำซ้อนกัน จากนั้นจึงนำจำนวนบริษัทผู้ให้บริการทั้งสองกรณีมาบวกกัน

ครูอาจใช้ตัวอย่างนำเข้าสู่หลักการคูณ โดยยกตัวอย่างการเลือกเส้นทางขั้วรถยนต์ของบัวตองเพื่อเดินทางไปเยี่ยมบ้านที่เชียงใหม่ของบัวตองโดยระหว่างทางจะต้องแวะเยี่ยมญาติที่นครสวรรค์ จากหนังสือเรียน ดังนี้

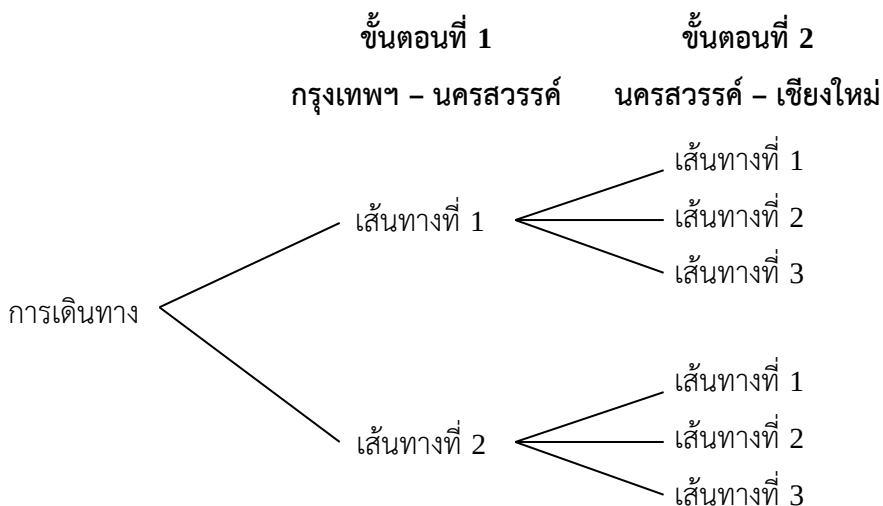
สมมติว่าบัวตองจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯ กลับไปเยี่ยมบ้านที่เชียงใหม่ โดยระหว่างทางจะต้องแวะเยี่ยมญาติที่นครสวรรค์ด้วย ถ้าเส้นทางจากกรุงเทพฯ ไปนครสวรรค์ มี 2 เส้นทาง และเส้นทางจากนครสวรรค์ไปเชียงใหม่ มี 3 เส้นทาง แล้วบัวตองจะขับรถจากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่ได้ทั้งหมดกี่เส้นทาง

โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้วิธีที่หลากหลายในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนอาจเขียนแสดงโดยใช้แผนภาพ หรือเขียนแสดงในตาราง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างคำตอบที่ 1 แสดงโดยใช้แผนภาพ



ตัวอย่างคำตอบที่ 2 แสดงโดยใช้แผนภาพต้นไม้



ตัวอย่างคำตอบที่ 3 แสดงโดยแจกแจงกรณีในรูปตารางได้ดังนี้

วิธีที่	กรุงเทพฯ – นครสวรรค์		นครสวรรค์ – เชียงใหม่		
	เส้นทางที่ 1	เส้นทางที่ 2	เส้นทางที่ 1	เส้นทางที่ 2	เส้นทางที่ 3
1	✓		✓		
2	✓			✓	
3	✓				✓
4		✓	✓		
5		✓		✓	
6		✓			✓



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- จากสถานการณ์เกี่ยวกับการเดินทางของบัวตองทั้งสองปัญหาข้างต้น จะเห็นว่ามี ความแตกต่างกัน โดยสถานการณ์แรกใช้หลักการบวกในการหาจำนวนวิธีเดินทาง ของบัวตองนั้น ซึ่งจะเห็นว่าการเดินทางแต่ละวิธี ไม่ว่าจะโดยเครื่องบินหรือ โดยรถประจำทางสามารถทำให้การเดินทางนั้นสมบูรณ์ได้ แต่ในสถานการณ์ที่ 2 ใช้หลักการคูณในการหาจำนวนเส้นทางในการเดินทาง ซึ่งจะเห็นว่าการเดินทาง ต้องมี 2 ขั้นตอน นั่นคือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นการเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปนครสวรรค์ ซึ่งมี 2 เส้นทาง และขั้นตอนที่ 2 เป็นการเดินทางจากนครสวรรค์ไปเชียงใหม่ ซึ่งมี 3 เส้นทาง โดยการเดินทางจะสมบูรณ์เมื่อมีครบทั้ง 2 ขั้นตอน

• ตัวอย่างที่ 5

ร้านอาหารแห่งหนึ่งมีอาหารคาว 4 อย่าง และขนม 3 อย่าง ถ้าลูกค้าต้องการอาหารคาวหนึ่งอย่างและขนมหนึ่งอย่าง เขามีวิธีเลือกสั่งอาหารได้กี่วิธี

ตัวอย่างนี้ นำเสนอขั้นตอนการเลือกสั่งอาหารคาวก่อนการเลือกสั่งขนม อย่างไรก็ตาม อาจพิจารณาขั้นตอนการเลือกสั่งขนมก่อนการเลือกสั่งอาหารคาวก็ได้ เพียงแต่ต้องพิจารณาให้ครบทุกขั้นตอนเท่านั้น นั่นคือ ในบางสถานการณ์ที่ใช้หลักการคูณในการแก้ปัญหา อาจสลับขั้นตอนได้

- ในการสอนเนื้อหาเรื่องนี้ ครูควรเริ่มจากการพิจารณาโจทย์ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด ต้องการให้หาสิ่งใด จะหาสิ่งนั้นต้องทราบอะไรบ้าง จำเป็นต้องมีขั้นตอนใดบ้าง ขั้นตอนเหล่านั้นเป็นอิสระต่อกันหรือไม่ การทำงานตามขั้นตอนเหล่านั้นต้องใช้หลักการบวกหรือหลักการคูณ
- การแก้ปัญหาเกี่ยวกับหลักการนับสามารถทำได้หลายวิธี ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลองคิดหาคำตอบด้วยตนเอง



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 3.1

5. ลูกเต๋าแต่ละลูกประกอบด้วยหน้า 6 หน้า โดยมีแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ปรากฏอยู่แต้มละหนึ่งหน้า



ถ้าทอดลูกเต๋านี้ลูกสองครั้ง จงหา

- 1) จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทั้งสองครั้งเท่ากัน
- 2) จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทั้งสองครั้งต่างกัน
- 3) จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทั้งสองครั้งน้อยกว่า 10

แบบฝึกหัดนี้สามารถหาคำตอบได้โดยการเขียนแจกแจงกรณีในรูปตาราง ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียนคุ้นเคยในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงการเขียนแจกแจงกรณีไปสู่การใช้หลักการนับเบื้องต้น

การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้กิจกรรมการถ่ายรูป ดังนี้



กิจกรรม : การถ่ายรูป

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูเลือกตัวแทนนักเรียน 3 คน ออกมาหน้าชั้นโดยกำหนดตำแหน่งที่ 1, 2 และ 3 เรียงกันเพื่อถ่ายรูป
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและร่วมกันเขียนแจกแจงเพื่อแสดงการยืนเรียงสลับที่กันของตัวแทนทั้งสาม เพื่อพิจารณาว่าจะได้วิธีการยืนเรียงที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี
3. ครูให้นักเรียนใช้หลักการคูณที่ได้ศึกษามาแล้วในการหาจำนวนวิธีการยืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูปที่แตกต่างกันของตัวแทนนักเรียนทั้งสามคน

ครูสามารถเชื่อมโยงวิธีการหาจำนวนวิธีการเรียงกันเพื่อถ่ายรูปในกิจกรรมนี้กับเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยเชื่อมโยงกับหลักการคูณ และสูตร $P_{n,r}$



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$ และกำหนดให้ $0! = 1$

การจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยใช้กิจกรรมเลือกตัวแทนนักเรียน ดังนี้



กิจกรรม : เลือกตัวแทนนักเรียน

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูเลือกตัวแทนนักเรียน 4 คน ออกมาหน้าชั้นเรียน
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและร่วมกันเขียนแจ้งกรณีเพื่อแสดงการเลือกนักเรียน 2 คน จากตัวแทนนักเรียนทั้ง 4 คนนี้ เพื่อพิจารณาว่าจะได้วิธีการเลือกนักเรียนที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

3. ครูให้นักเรียนพิจารณาจากการเขียนแจงกรณีที่ได้ในข้อ 2 โดยสังเกตว่าในการเลือกตัวแทนนักเรียนสองคนออกมาโดยไม่สนใจลำดับนั้น จะถือว่าการเรียงสับเปลี่ยนของนักเรียนสองคนนี้เป็นแบบเดียวกัน
4. ครูให้นักเรียนหาวิธีการเลือกตัวแทนนักเรียนจากข้อสังเกตในข้อ 3

ครูสามารถเชื่อมโยงวิธีการหาจำนวนวิธีเลือกตัวแทนนักเรียนในกิจกรรมนี้กับเรื่องการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยเชื่อมโยงกับสูตร $C_{n,r}$



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดท้ายบท

9. ในการทอดลูกเต๋านึ่งลูกสองครั้ง จงหา
 - 1) จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มเท่ากับเจ็ด
 - 2) จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มไม่เท่ากับเจ็ด

แบบฝึกหัดนี้มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยในบางวิธีจะช่วยลดความซับซ้อนของการแก้ปัญหาได้ ครูควรให้นักเรียนมีอิสระในการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องตรงกับที่ครูคิดไว้

3.3 แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน



กิจกรรม : บทพากย์เอราวัณ

บทพากย์เอราวัณ จากพระราชนิพนธ์เรื่องรามเกียรติ์ ในพระบาทสมเด็จพระพุทธเลิศหล้านภาลัย เป็นกาพย์ฉก 16 ซึ่งบรรยายลักษณะของช้างเอราวัณ พาหนะของพระอินทร์ ซึ่งช้างในบทพากย์นี้เกิดจากการเนรมิตของอินทรชิต เพื่อหลอกล่อกองทัพของพระราม โดยส่วนหนึ่งของบทพากย์เป็นดังนี้

ช้างนิมิตฤทธิแรงแข่งขัน	เผือกผ่องผิวพรรณ
สีสังข์สะอาดโอฬาร	
สามสิบสามเศียรโสภาค	เศียรหนึ่งเจ็ดงา
ดั่งเพชรรัตน์รูจี	
งาหนึ่งเจ็ดใบกษณิ	สระหนึ่งย่อมมี
เจ็ดกออุบลบันดาล	
กอหนึ่งเจ็ดดอกดวงมัลย์	ดอกหนึ่งแบ่งบาน
มีกลีบได้เจ็ดกลีบผกา	
กลีบหนึ่งมีเทพธิดา	เจ็ดองค์โสภาค
แน่นน้อยลำพานงพาล	
นางหนึ่งย่อมมีบริวาร	อีกเจ็ดเยาวมัลย์
ล้วนรูปนิรมิตมายา	

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ข้อมูลจากบทพากย์ข้างต้น

1. ช้างเอราวัณมีกี่เศียร
2. เศียรช้างเอราวัณแต่ละเศียรมีงาที่กี่ง และช้างเอราวัณมีงารวมทั้งหมดกี่ง
3. งาแต่ละงามีสระบัวกี่สระ และช้างเอราวัณมีสระบัวรวมทั้งหมดกี่สระ
4. สระบัวแต่ละสระมีกอบัวกี่กอก และช้างเอราวัณมีกอบัวรวมทั้งหมดกี่กอก
5. กอบัวแต่ละกอมีดอกบัวกี่ดอก และช้างเอราวัณมีดอกบัวรวมทั้งหมดกี่ดอก
6. ดอกบัวแต่ละดอกมีกลีบ และช้างเอราวัณมีกลีบดอกบัวรวมทั้งหมดกี่กลีบ
7. กลีบดอกบัวแต่ละกลีบมีเทพธิดากี่องค์ และช้างเอราวัณมีเทพธิดารวมทั้งหมดกี่องค์
8. เทพธิดาแต่ละองค์มีบริวารกี่นาง และช้างเอราวัณมีบริวารรวมทั้งหมดกี่นาง
9. ช้างเอราวัณมีเทพธิดาและบริวารรวมทั้งหมดกี่นาง



เฉลยกิจกรรม : บทพากย์เอราวัณ

1. 33 เศียร
2. เศียรช้างแต่ละเศียรมีงา 7 ง และช้างเอราวัณมีงารวมทั้งหมด 33×7 ง
3. งาแต่ละงามีสระบัว 7 สระ และช้างเอราวัณมีสระบัวรวมทั้งหมด 33×7^2 สระ
4. สระบัวแต่ละสระมีกอบัว 7 กอก และช้างเอราวัณมีกอบัวรวมทั้งหมด 33×7^3 กอก
5. กอบัวแต่ละกอมีดอกบัว 7 ดอก และช้างเอราวัณมีดอกบัวรวมทั้งหมด 33×7^4 ดอก
6. ดอกบัวแต่ละดอกมี 7 กลีบ และช้างเอราวัณมีกลีบบัวรวมทั้งหมด 33×7^5 กลีบ
7. กลีบบัวแต่ละกลีบมีเทพธิดา 7 องค์ และช้างเอราวัณมีเทพธิดารวมทั้งหมด 33×7^6 องค์
8. เทพธิดาแต่ละองค์มีบริวาร 7 นาง และช้างเอราวัณมีบริวารรวมทั้งหมด 33×7^7 นาง
9. ช้างเอราวัณมีเทพธิดาและบริวารรวมทั้งหมด $33 \times 7^6 + 33 \times 7^7 = 264 \times 7^6$ นาง



แนวทางการจัดกิจกรรม : บทพากย์เอราวัณ

เวลาในการจัดกิจกรรม 30 นาที

กิจกรรมนี้เสนอไว้ให้นักเรียนฝึกฝนการใช้ความรู้ เรื่อง หลักการบวกและหลักการคูณ เพื่อแก้ปัญหา โดยกิจกรรมนี้มีสื่อ/แหล่งการเรียนรู้ และขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม ดังนี้

1. ใบกิจกรรม “บทพากย์เอราวัณ”
2. รูปช้างเอราวัณจากสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน

ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม

1. ครูนำเข้าสู่กิจกรรมโดยเปิดสื่อวีดิทัศน์หรือเล่าเรื่องราวสั้น ๆ เกี่ยวกับช้างเอราวัณ
2. ครูแจกใบกิจกรรม “บทพากย์เอราวัณ” ให้กับนักเรียนทุกคนและแบ่งกลุ่มนักเรียนแบบละความสามารถ กลุ่มละ 3 – 4 คน
3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบกิจกรรมบทพากย์เอราวัณ จากนั้นช่วยกันตอบคำถามข้อ 1 – 9 ในใบกิจกรรม ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้แนวทางที่หลากหลายในการหาคำตอบ และอนุญาตให้นักเรียนเขียนแสดงคำตอบในรูปของเลขยกกำลังได้ โดยในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมครูควรเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงทุกกลุ่ม และคอยชี้แนะเมื่อนักเรียนพบปัญหา
4. ครูสุ่มเลือกกลุ่มนักเรียนเพื่อตอบคำถาม และให้นักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ รวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนให้เหตุผลประกอบคำตอบ
5. ครูแสดงภาพตัวอย่างของช้างเอราวัณ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับบทพากย์เอราวัณที่นักเรียนได้อ่าน ซึ่งเป็นบทประพันธ์ที่แสดงถึงจินตนาการของกวีที่พรรณนาความยิ่งใหญ่ของช้างเอราวัณ โดยนักเรียนสามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์

เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับความยิ่งใหญ่ของช้างเอราวัณได้อีกด้วย

3.4 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน

การวัดผลระหว่างเรียนเป็นการวัดผลการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอน และตรวจสอบนักเรียนแต่ละคนว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ครูสอนมากน้อยเพียงใด การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นแนวทางหนึ่งที่ครูอาจใช้เพื่อประเมินผลด้านความรู้ระหว่างเรียนของนักเรียน ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดที่ครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญของแต่ละบทไว้ สำหรับในบทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น ครูอาจใช้แบบฝึกหัดเพื่อวัดผลประเมินผลความรู้ในแต่ละเนื้อหาได้ดังนี้

เนื้อหา	แบบฝึกหัด	
หลักการบวก	3.1	ข้อ 1, 2
หลักการคูณ	3.1	ข้อ 4 – 8
การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	3.2	ข้อ 1 – 5
การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	3.3	ข้อ 1 – 6

3.5 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนจบบทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น แล้วนักเรียนสามารถ

1. ใช้หลักการนับเบื้องต้นในการแก้ปัญหา
2. ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา
3. ใช้วิธีจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมดในการแก้ปัญหา

ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดท้ายบทที่ประกอบด้วยโจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมาย ซึ่งประกอบด้วยโจทย์ฝึกทักษะที่มีความน่าสนใจและโจทย์ท้าทาย ครูอาจเลือกใช้แบบฝึกหัดท้ายบทวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบทเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถตามจุดมุ่งหมายเมื่อเรียนจบบทเรียนหรือไม่

ทั้งนี้ แบบฝึกหัดท้ายบทแต่ละข้อในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของบทเรียน ดังนี้

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย		
		ใช้หลักการนับเบื้องต้น ในการแก้ปัญหา	ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นกรณีที่สิ่งของ แตกต่างกันทั้งหมด ในการแก้ปัญหา	ใช้วิธีจัดหมู่กรณีที่ สิ่งของแตกต่างกัน ทั้งหมด ในการแก้ปัญหา
1.		✓		
2.		✓		
3.		✓		
4.		✓		
5.	1)	✓		
	2)	✓		
6.		✓		
7.		✓		
8.		✓		
9.	1)	✓		
	2)	✓		
10.		✓	✓	
11.		✓	✓	
12.				✓
13.		✓	✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย		
		ใช้หลักการนับเบื้องต้น ในการแก้ปัญหา	ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นกรณีที่สิ่งของ แตกต่างกันทั้งหมด ในการแก้ปัญหา	ใช้วิธีจัดหมู่กรณีที่ สิ่งของแตกต่างกัน ทั้งหมด ในการแก้ปัญหา
14.		✓	✓	
15.	1)			✓
	2)	✓		✓
16.		✓		✓
17.		✓		✓

3.6 ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู

- P ใน $P_{n,r}$ มาจากคำว่า Permutation ในภาษาอังกฤษ ซึ่งมีความหมายว่า “การเรียงสับเปลี่ยน” ในบางตำราจะใช้สัญลักษณ์ P_r^n , ${}_nP_r$, nP_r หรือ $P(n, r)$
- C ใน $C_{n,r}$ มาจากคำว่า Combination ในภาษาอังกฤษ ซึ่งมีความหมายว่า “การจัดหมู่” ซึ่งในบางตำราจะใช้สัญลักษณ์เป็น C_r^n , ${}_nC_r$, nC_r หรือ $C(n, r)$

3.7 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและเฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

ในส่วนนี้จะนำเสนอตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น สำหรับรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลประเมินผล

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. ในการเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B สามารถไปทางถนนสายตรงได้ 2 เส้นทาง และสามารถไปทางถนนที่ผ่านเมือง C ได้ โดยมีถนนจากเมือง A ไปเมือง C จำนวน 2 เส้นทาง และมีถนนจากเมือง C ไปเมือง B จำนวน 3 เส้นทาง จะมีวิธีเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ได้ทั้งหมดกี่วิธี
2. ดิกรเรียนหนึ่งมีประตู 3 ประตู ครูเลือกเดินเข้าตึกเรียนด้วยประตูหนึ่ง ต่อมานักเรียนสองคนต้องการเดินเข้าตึกเรียนโดยใช้ประตูที่ต่างจากครู จะมีวิธีเข้าตึกเรียนสำหรับครูและนักเรียนได้ทั้งหมดกี่วิธี

3. นิพจน์การตั้งรหัสผ่านสำหรับบัตรเอทีเอ็ม เป็นรหัส 4 หลัก ที่ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กหนึ่งหลัก และอีกสามหลักที่เหลือประกอบด้วยเลขโดดตั้งแต่ 0 ถึง 9 นิพจน์การตั้งรหัสที่แตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่รหัส
4. วิธียิงการตั้งรหัสกระเป๋าสตางค์ซึ่งประกอบด้วยเลขโดดตั้งแต่ 0 ถึง 9 จำนวน 3 ตัว จะมีรหัสทั้งหมดกี่รหัสที่เลขโดดในหลักสุดท้ายเป็นจำนวนคู่ และเลขโดดในตำแหน่งที่อยู่ติดกันต่างกัน
5. พรรณณามีแหวน 4 วง สร้อยคอ 3 เส้น พรรณณาต้องการเลือกใส่เครื่องประดับโดยใส่แหวนไม่เกิน 1 วง และใส่สร้อยคอไม่เกิน 1 เส้น พรรณณาจะเลือกใส่เครื่องประดับได้กี่วิธี
6. จงหาว่าจะมีวิธีแจกของขวัญที่แตกต่างกัน 7 ชิ้น ให้เด็ก 7 คน คนละ 1 ชิ้น ได้กี่วิธี
7. จงหาว่าจะมีวิธีแจกของขวัญที่แตกต่างกัน 7 ชิ้น ให้เด็ก 8 คน โดยเด็กแต่ละคนได้ของขวัญไม่เกิน 1 ชิ้น ได้กี่วิธี
8. มีจุด 10 จุดอยู่บนระนาบ โดยไม่มีสามจุดใดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จะวาดรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดได้ทั้งหมดกี่รูป
9. เซต A มีสมาชิก 7 ตัว จะมีสับเซตที่มีสมาชิก 4 ตัว ได้ทั้งหมดกี่สับเซต
10. จงหาว่าจะมีวิธีแบ่งคน 9 คน ให้ไปเที่ยวภูเขา 3 คน ไปเที่ยวทะเล 3 คน และไปทำบุญที่วัด 3 คน ได้กี่วิธี
11. ต้องการสร้างรหัสที่ประกอบด้วยเลขโดดตั้งแต่ 1 ถึง 9 จำนวนห้าหลัก จะมีรหัสที่มีสามหลักเป็นเลขโดดตัวเดียวกัน และอีกสองหลักที่เหลือเป็นเลขโดดตัวเดียวกัน (เช่น 25252) ได้ทั้งหมดกี่รหัส

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. พิจารณาการเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 เดินทางโดยถนนสายตรง มีเส้นทาง 2 เส้นทาง

กรณีที่ 2 เดินทางโดยผ่านเมือง C

ขั้นตอนที่ 1 เดินทางจากเมือง A ไปเมือง C มีเส้นทาง 2 เส้นทาง

ขั้นตอนที่ 2 เดินทางจากเมือง C ไปเมือง B มีเส้นทาง 3 เส้นทาง

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จะเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B โดยผ่านเมือง C ทำได้ $2 \times 3 = 6$ วิธี

จากหลักการบวก จึงได้ว่า จะมีวิธีเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B ได้ทั้งหมด $2 + 6 = 8$ วิธี

2. การเข้าตึกเรียนสำหรับครูและนักเรียน ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ครูเลือกเดินเข้าตึกเรียนด้วยประตูหนึ่ง จากประตูทั้งหมด 3 ประตู ทำได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 นักเรียนสองคนเลือกเดินเข้าตึกเรียนโดยใช้ประตูที่ต่างจากครู ทำได้ $2 \times 2 = 4$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จะมีวิธีเข้าตึกเรียนสำหรับครูและนักเรียนได้ทั้งหมด $3 \times 4 = 12$ วิธี

3. รหัสผ่านของนิภา ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกหลักที่จะเป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษ ได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษเพื่อเป็นรหัสในหลักนี้ ได้ 26 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จะมีวิธีตั้งรหัสด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ เท่ากับ $4 \times 26 = 104$ วิธี

ส่วนที่ 2 รหัสอีกสามหลักที่เหลือเป็นเลขโดดตั้งแต่ 0 ถึง 9 ทำได้ $10 \times 10 \times 10 = 1,000$ วิธี
จากหลักการคูณ จึงได้ว่า นิภาจะตั้งรหัสที่แตกต่างกันได้ทั้งหมด $104 \times 1000 = 104,000$ รหัส

4. รหัสกระเป๋าสองหลักประกอบด้วยเลขโดดตั้งแต่ 0 ถึง 9 จำนวน 3 ตัว
ซึ่งมีขั้นตอนการตั้งรหัสกระเป๋า ดังนี้

หลักที่ 1	หลักที่ 2	หลักที่ 3

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 3 จากเลขโดด 0, 2, 4, 6, 8 ได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 2 จากเลขโดด 0, 1, 2, ..., 9
ที่ไม่ซ้ำกับหลักสุดท้าย ได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 1 จากเลขโดด 0, 1, 2, ..., 9
ที่ไม่ซ้ำกับหลักที่ 2 ได้ 9 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จะมีรหัสทั้งหมด $5 \times 9 \times 9 = 405$ รหัส

5. **วิธีที่ 1** การเลือกใส่เครื่องประดับของพรรณามีได้ 3 กรณี

กรณีที่ 1 เลือกใส่แหวน 1 วง ทำได้ 4 วิธี

กรณีที่ 2 เลือกใส่สร้อยคอ 1 เส้น ทำได้ 3 วิธี

กรณีที่ 3 เลือกใส่ทั้งแหวนและสร้อยคอ ทำได้ $4 \times 3 = 12$ วิธี

จากหลักการบวก จึงได้ว่า พรรณนาจะเลือกใส่เครื่องประดับได้ $4 + 3 + 12 = 19$ วิธี

- วิธีที่ 2** การเลือกใส่เครื่องประดับของพรรณามี 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 พรรณนาเลือกใส่แหวน 1 วง จากแหวนที่มีอยู่ 4 วง หรือเลือก
ไม่ใส่แหวน

นั่นคือ พรรณนาเลือกใส่แหวนได้ทั้งหมด 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 พรณภาเลือกใส่สร้อย 1 เส้น จากสร้อยที่มีอยู่ 3 วง หรือเลือก
ไม่ใส่สร้อย

นั่นคือ พรณภาเลือกใส่สร้อยได้ทั้งหมด 4 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า พรณภาจะเลือกใส่เครื่องประดับได้ $5 \times 4 = 20$ วิธี

แต่เนื่องจากพรณภาจะต้องเลือกใส่เครื่องประดับอย่างใดอย่างหนึ่ง

นั่นคือ จะไม่เกิดกรณีที่พรณภาไม่ใส่ทั้งแหวนและสร้อย

ดังนั้น พรณภาจะเลือกใส่เครื่องประดับได้ $20 - 1 = 19$ วิธี

6. จำนวนวิธีแจกของขวัญที่แตกต่างกัน 7 ชิ้น ให้เด็ก 7 คน คนละ 1 ชิ้น
เท่ากับ $P_7^7 = 5,040$ วิธี
7. จำนวนวิธีแจกของขวัญที่แตกต่างกัน 7 ชิ้น ให้เด็ก 8 คน โดยเด็กแต่ละคนได้ของขวัญ
ไม่เกิน 1 ชิ้น เท่ากับ $P_{8,7} = 40,320$ วิธี
8. เนื่องจากมีจุด 10 จุดอยู่บนระนาบ โดยไม่มีสามจุดใดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
ดังนั้น เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด 3 จุด จะได้รูปสามเหลี่ยม
จะได้ว่า จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดที่กำหนดให้มี $C_{10,3} = 120$ รูป
9. เซต A ซึ่งมีสมาชิก 7 ตัว จะมีสับเซตที่มีสมาชิก 4 ตัว ได้ทั้งหมด $C_{7,4} = 35$ สับเซต
10. การแบ่งคน 9 คน ให้ไปเที่ยวภูเขา ไปเที่ยวทะเล และไปทำบุญที่วัด ทำได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกคน 3 คน ไปเที่ยวภูเขา จากคนทั้งหมด 9 คน

$$\text{ทำได้ } C_{9,3} = \frac{9!}{6!3!} \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 2 เลือกคน 3 คน ไปเที่ยวทะเล จากคน 6 คน ที่เหลือจากขั้นตอนที่ 1

$$\text{ทำได้ } C_{6,3} = \frac{6!}{3!3!} \text{ วิธี}$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกคน 3 คน ไปทำบุญที่วัด จากคน 3 คน ที่เหลือจากขั้นตอนที่ 2
ทำได้ 1 วิธี

จากหลักการคูณ จะได้ว่า จำนวนวิธีแบ่งคน 9 คน ให้ไปเที่ยวภูเขา 3 คน ไปเที่ยวทะเล 3 คน
และไปทำบุญที่วัด 3 คน เท่ากับ $\frac{9!}{6!3!} \times \frac{6!}{3!3!} \times 1 = 1,680$ วิธี

11. การสร้างรหัสที่ต้องการประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

หลักที่ 1	หลักที่ 2	หลักที่ 3	หลักที่ 4	หลักที่ 5

ขั้นตอนที่ 1 เลือกหลัก 3 หลัก ที่จะมีรหัสเป็นเลขโดดตัวเดียวกัน
ทำได้ $C_{5,3} = 10$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว จากเลขโดด 1, 2, ..., 9 เพื่อเป็นรหัสในหลักที่เลือก
ในขั้นตอนที่ 1 ทำได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว จากเลขโดด 1, 2, ..., 9 ที่ไม่ซ้ำกับขั้นตอนที่ 2
เพื่อเป็นรหัสในสองหลักที่เหลือ ทำได้ 8 วิธี

จากหลักการคูณ จะได้ว่า มีรหัสที่ประกอบด้วยเลขโดดตั้งแต่ 1 ถึง 9 จำนวน 5 หลัก
โดยมีสามหลักเป็นเลขโดดตัวเดียวกัน และอีกสองหลักที่เหลือเป็นเลขโดดตัวเดียวกัน
ทั้งหมด $10 \times 9 \times 8 = 720$ รหัส

3.8 เกลยแบบฝึกหัด

คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งการเกลยแบบฝึกหัดเป็น 2 ส่วน
คือ ส่วนที่ 1 เกลยคำตอบ และส่วนที่ 2 เกลยคำตอบพร้อมวิธีทำอย่างละเอียด ซึ่งเกลย

แบบฝึกหัดที่อยู่ในส่วนนี้เป็นการเฉลยคำตอบของแบบฝึกหัด โดยไม่ได้นำเสนอวิธีทำ อย่างไรก็ตามครูสามารถศึกษาวิธีทำโดยละเอียดของแบบฝึกหัดได้ในส่วนท้ายของคู่มือครูเล่มนี้

แบบฝึกหัด 3.1

1. 25 วิธี
2. 13 รูป
3. 90 วิธี
4. 1,738,283,976 ตัว
5. 1) 6 วิธี
3) 30 วิธี
6. 1) 900 จำนวน
3) 90 จำนวน
7. 676 คำ
8. 1) 1,296 วิธี
2) 360 วิธี

แบบฝึกหัด 3.2

- 362,880 วิธี
- 1,680
 - 90
- 120
 - 1
- 24 จำนวน

4. 15,120 วิธี

5. 120 วิธี

แบบฝึกหัด 3.3

1. 56 วิธี

2. 15 วิธี

3. 21,162,960 วิธี

4. 1) 1,001 วิธี

2) 70 วิธี

3) 210 วิธี

5. 45 วิธี

6. 1) 676 วิธี

2) 12 วิธี

3) 0 วิธี นั่นคือ ไม่สามารถหยิบไฟ 2 โปดำ ทั้งสองใบจากไฟหนึ่งสำหรับ โดยหยิบไฟทีละใบและไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สองได้

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. 22 รูป

2. 6 วิธี

3. 15,600 ที่นั่ง

4. 10,156,250 วิธี

5. 1) 25,974 รหัส

2) 18,720 รหัส

6. 109,879,011 หมายเลข

7. 60 จำนวน

8. 1,024 วิธี

9. 1) 6 วิธี

2) 30 วิธี

10. 360 วิธี

11. 5,527,200 วิธี

12. 45 เส้น

13. 300 ภาพ

14. 2,400 วิธี

15. 1) 45 วิธี

2) 21 วิธี

16. 399,000 วิธี

17. 34 วิธี

บทที่ 4

ความน่าจะเป็น

การศึกษาเรื่องความน่าจะเป็นมีความสำคัญ เนื่องจากความน่าจะเป็นจะช่วยให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคาดการณ์บางอย่าง ดังนั้นการศึกษาเรื่องนี้จะเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปช่วยในการวางแผนและการตัดสินใจได้อย่างมีหลักการมากขึ้น เนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นที่นำเสนอในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้มีตัวอย่างที่เพียงพอสำหรับเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ทั้งที่เป็นตัวอย่างที่สามารถพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน และตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยบทเรียนนี้มุ่งให้นักเรียนบรรลุตัวชี้วัดและจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้



ตัวชี้วัด

หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้



จุดมุ่งหมาย

1. หาปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการแก้ปัญหา



ความรู้ก่อนหน้า

- ความรู้เกี่ยวกับจำนวนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
- เซต
- หลักการนับเบื้องต้น

4.1 เนื้อหาสาระ

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างแน่นอนว่าในแต่ละครั้งที่ทดลอง ผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น
2. ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลสเปซ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
3. เหตุการณ์ คือ สับเซตของปริภูมิตัวอย่าง
4. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยสมาชิกทุกตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน และให้ E เป็นสับเซตของ S ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

เขียนแทนด้วย $P(E)$ โดยที่ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

เมื่อ $n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E

$n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง S

4.2 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอน

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมเกี่ยวกับ Galton board ดังนี้



กิจกรรม : Galton board

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูแนะนำ Galton board ให้นักเรียนรู้จัก ซึ่งเป็นกระดานที่มีลักษณะดังรูป



2. ครูให้นักเรียนอภิปรายและคาดการณ์ว่า หากเทลูกแก้วจำนวน 100 ลูก ลงไปในช่องด้านบนของ Galton board ลูกแก้วจะตกลงไปในช่องใดมากที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบการคาดการณ์
3. ครูอาจให้นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติม เช่น ค้นหาวีดิทัศน์เกี่ยวกับการทดลองเทลูกแก้วลงใน Galton board โดยใช้คำค้นหาว่า Galton board จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลการทดลอง
4. ครูสรุปว่าผลการทดลองดังกล่าวสามารถอธิบายได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่จะได้เรียนในบทนี้

หมายเหตุ

- ครูและนักเรียนอาจประดิษฐ์ Galton board โดยใช้อุปกรณ์อย่างง่าย เช่น ไม้ หลอด โฟม หนวด และลูกปัดทรงกลม ในลักษณะดังรูป



- นักเรียนอาจยังไม่สามารถตอบหรือคาดการณ์ได้ถูกต้อง แต่ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนให้เหตุผลประกอบคำตอบ โดยแนวคำตอบของนักเรียน อาจเป็นดังนี้
 - ลูกแก้วจะตกลงไปในช่องกลางมากที่สุด เพราะเป็นช่องที่ตรงกับตำแหน่งที่ปล่อยลูกแก้ว
 - ลูกแก้วจะตกลงไปแต่ละช่องเท่า ๆ กัน เพราะแต่ละช่องกว้างเท่ากันและลูกแก้วแต่ละลูกมีขนาดเท่ากัน
 - ไม่สามารถระบุได้ว่าลูกแก้วจะตกลงไปในช่องใดมากที่สุด เนื่องจากเมื่อลูกแก้วกระทบกับหนวด ลูกแก้วอาจตกลงไปทางซ้ายหรือขวาก็ได้ ซึ่งไม่สามารถคาดเดาได้

การทดลองสุ่มและเหตุการณ์



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- ตัวอย่างเกี่ยวกับการทดลองสุ่มที่น่าสนใจในหนังสือเรียนเป็นตัวอย่างที่เพียงพอสำหรับเป็นพื้นฐานในการเรียนเกี่ยวกับปริภูมิตัวอย่าง เหตุการณ์ และความน่าจะเป็น

- ในการสอนเรื่องการทดลองสุ่มในระดับนี้ ไม่ได้เน้นให้นักเรียนจำแนกสถานการณ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ แต่ต้องการให้นักเรียนเข้าใจความหมายของการทดลองสุ่ม

ความน่าจะเป็น

ครูอาจนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยให้นักเรียนทำกิจกรรม The Last Banana



กิจกรรม : The Last Banana

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน 3–4 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นครูให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา The Last Banana ซึ่งในสถานการณ์ปัญหานี้ผู้เล่น 2 คน จะทอดลูกเต๋า 2 ลูก ผู้เล่นคนที่ 1 จะเป็นผู้เล่นคนแรก ถ้าจำนวนที่มากที่สุดที่ได้จากการทอดลูกเต๋าคี่แต่ละครั้งเป็น 1, 2, 3 หรือ 4 แต่ผู้เล่นคนที่ 2 จะเป็นผู้เล่นคนแรก ถ้าจำนวนที่มากที่สุดที่ได้จากการทอดลูกเต๋าคี่แต่ละครั้งเป็น 5 หรือ 6 ครูอาจให้นักเรียนหาแหล่งความรู้เพิ่มเติม เช่น ค้นหารีดิทส์เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา The Last Banana โดยใช้คำค้นหว่า The Last Banana
2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาว่าผู้เล่นคนใดในสถานการณ์ปัญหา The Last Banana จะมีโอกาสเป็นผู้ชนะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสถานการณ์ปัญหา The Last Banana โดยเชื่อมโยงกับความรู้ เรื่อง ปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ พร้อมทั้งหาจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง เหตุการณ์ที่ผู้เล่นคนที่ 1 จะเป็นผู้ชนะ และเหตุการณ์ที่ผู้เล่นคนที่ 2 จะเป็นผู้ชนะ

4. ครูให้นักเรียนหา

- o อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่ผู้เล่นคนที่ 1 จะเป็นผู้ชนะต่อจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง
- o อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่ผู้เล่นคนที่ 2 จะเป็นผู้ชนะต่อจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ในข้อ 4 โดยเชื่อมโยงกับบทนิยามเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

หมายเหตุ

- ในการอภิปรายคำตอบครูอาจเปิดคลิปวิดีโอเพื่อประกอบการอธิบาย หรือเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มของการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง ดังแสดงในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับเนื้อหาและสิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับการสอน

- ครูควรเน้นย้ำว่าปริภูมิตัวอย่างที่ใช้ในการคำนวณ เรื่อง ความน่าจะเป็นในระดับนี้ จะต้องประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน
- ในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ อาจพิจารณาเพียงจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์ ซึ่งไม่จำเป็นต้องเขียนแจกแจงสมาชิกทุกตัว โดยเฉพาะเมื่อปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิกมาก
- ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น อาจเชื่อมโยงความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้นมาใช้ในการแก้ปัญหา



ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด 4.2

5. กล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 5 หลอด ในจำนวนนี้มีหลอดดี 3 หลอด และหลอดเสีย 2 หลอด ถ้าสุ่มหยิบหลอดไฟ 2 หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดดี 1 หลอด และหลอดเสีย 1 หลอด

แบบฝึกหัดนี้ไม่ได้ระบุว่าการหยิบหลอดไฟเป็นการหยิบพร้อมกัน (ลำดับไม่สำคัญ) หรือหยิบไม่พร้อมกัน (ลำดับสำคัญ) แต่สำหรับข้อนี้ไม่ว่าจะหยิบอย่างไร ความน่าจะเป็นที่ได้จะเท่ากัน

4.3 แนวทางการจัดกิจกรรมในหนังสือเรียน

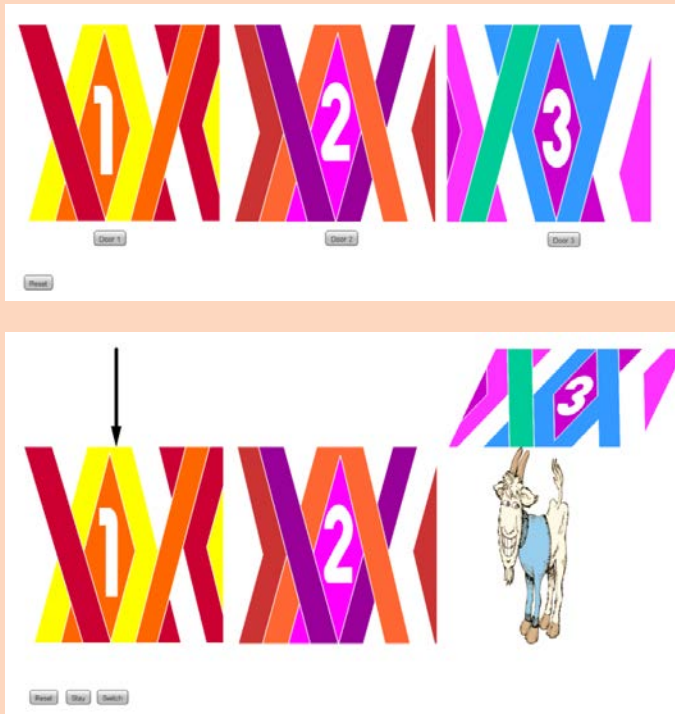


กิจกรรม : Monty Hall Problem

Monty Hall Problem เป็นปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีที่มาจากเกมโชว์ทางโทรทัศน์ชื่อ Let's Make a Deal โดยออกอากาศในสหรัฐอเมริกาเมื่อ ค.ศ. 1984 – 1986 และ Monty Hall เป็นพิธีกรของรายการ กติกาของเกมโชว์นี้มีอยู่ว่า “มีประตูที่มีลักษณะเหมือนกันอยู่สามบาน คือ ประตูหมายเลข 1, 2 และ 3 โดยด้านหลังประตูทั้งสามบานนี้จะมีประตูเพียงบานเดียวที่มีรถยนต์ซึ่งเป็นของรางวัลใหญ่อยู่ และอีกสองบานที่เหลือจะมีแพะอยู่ ผู้เข้าแข่งขันสามารถเลือกประตูบานใดก็ได้ 1 บาน เมื่อผู้เข้าแข่งขันเลือกประตูหมายเลขใด หมายเลขหนึ่งแล้วพิธีกรจะเลือกเปิดประตูที่มีแพะ 1 บาน จากประตูสองบานที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก ดังนั้น ตอนนี้จะมีประตูที่ยังปิดอยู่สองบาน ประตูบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันเลือก และประตูอีกบานหนึ่งคือประตูที่ผู้เข้าแข่งขันไม่ได้เลือก จากนั้นพิธีกรบอกผู้เข้าแข่งขันว่า ให้โอกาสผู้เข้าแข่งขันสามารถเปลี่ยนใจมาเลือกประตูอีกบานหนึ่งได้”

ขั้นตอนการปฏิบัติ

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ถ้านักเรียนเป็นผู้เข้าแข่งขัน ควรจะเลือกเปลี่ยนประตูหรือไม่ เพราะเหตุใด
2. เปิดเว็บไซต์ goo.gl/9c2kWZ
3. ทดลองเล่นเกม โดยคลิกเลือกประตูหมายเลข 1, 2 หรือ 3 จากนั้นโปรแกรมจะเปิดประตูบานที่เหลือที่มีแพะอยู่ 1 บาน คลิกเลือกว่าจะเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตูตามที่ตัดสินใจในข้อ 1



4. ทดลองเล่นเกมอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกไม่เปลี่ยนประตู
ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในตารางตามผลลัพธ์ที่ได้จากการเปิดประตูที่นักเรียนเลือก

กรณีไม่เปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

ครั้งที่	รถ	แพะ
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

ครั้งที่	รถ	แพะ
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

5. จากการทดลองในข้อ 4 จงหาว่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด
6. ทดลองเล่นเกมอย่างน้อย 30 ครั้ง โดยเลือกเปลี่ยนประตู
ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในตารางตามผลลัพธ์ที่ได้จากการเปิดประตูที่นักเรียนเลือก

กรณีเปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

ครั้งที่	รถ	แพะ
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

ครั้งที่	รถ	แพะ
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

- จากการทดลองในข้อ 6 จงหาว่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็นเท่าใด
- จากผลการทดลองข้างต้น นักเรียนคิดว่าการเลือกเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตู มีผลต่อการได้รางวัลหรือไม่ เพราะเหตุใด



เฉลยกิจกรรม : Monty Hall Problem

- คำตอบของผู้เรียนในข้อนี้อาจเป็นเพียงการคาดเดาก็ได้ ขึ้นกับเหตุผลประกอบคำตอบของผู้เรียน
-
-
- กรณีไม่เปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1		X
2	X	
3		X
4		X
5		X
6		X
7		X
8		X
9	X	
10	X	

ครั้งที่	รถ	แพะ
11		X
12		X
13		X
14		X
15		X
16	X	
17		X
18		X
19		X
20	X	

ครั้งที่	รถ	แพะ
21		X
22		X
23		X
24		X
25		X
26	X	
27		X
28	X	
29		X
30		X

หมายเหตุ คำตอบขึ้นอยู่กับ การทดลองของผู้เรียน

- จากการทดลองในข้อ 4 จะได้ว่า อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็น $\frac{7}{30} \approx 0.23$

6. กรณีเปลี่ยนประตู

ครั้งที่	รถ	แพะ
1	X	
2	X	
3		X
4		X
5	X	
6		X
7	X	
8	X	
9	X	
10	X	

ครั้งที่	รถ	แพะ
11	X	
12	X	
13	X	
14		X
15		X
16	X	
17	X	
18		X
19		X
20	X	

ครั้งที่	รถ	แพะ
21		X
22		X
23		X
24	X	
25	X	
26	X	
27	X	
28	X	
29	X	
30	X	

หมายเหตุ คำตอบขึ้นอยู่กับกติกาการทดลองของผู้เรียน

- จากการทดลองในข้อ 6 จะได้ว่า อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่เปิดประตูแล้วมีรถยนต์กับจำนวนการทดลองเล่นเกม 30 ครั้ง คิดเป็น $\frac{20}{30} \approx 0.67$
- การเลือกเปลี่ยนหรือไม่เปลี่ยนประตูมีผลต่อการได้รางวัล โดยจะมีโอกาสได้รางวัลมากกว่าถ้าเลือกเปลี่ยนประตู ซึ่งพิจารณาจากอัตราส่วนในข้อ 5 และ 7

หมายเหตุ

- คำตอบขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองของนักเรียนในข้อ 5 และ 7 ในกรณีที่นักเรียนได้คำตอบในข้อ 8 แตกต่างจากเฉลย ครูควรให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบกับเพื่อน และควรส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้ข้อสรุปว่า จากผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองของนักเรียนส่วนใหญ่ จะเห็นว่าการเลือกเปลี่ยนประตูทำให้มีโอกาสได้

รางวัลมากกว่าไม่เปลี่ยนประตู

2. การทดลองข้างต้นเป็นตัวอย่างหนึ่งในการหาความน่าจะเป็นเชิงการทดลอง (experimental probability)



แนวทางการจัดกิจกรรม : Monty Hall Problem

เวลาในการจัดกิจกรรม 50 นาที

กิจกรรมนี้เสนอไว้ให้นักเรียนใช้ความรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนด ในการทำกิจกรรมนี้นักเรียนแต่ละคู่ควรมีเครื่องคอมพิวเตอร์อย่างน้อย 1 เครื่อง โดยครูอาจเลือกจัดกิจกรรมนี้ในห้องคอมพิวเตอร์ก็ได้ กิจกรรมนี้มีสื่อ/แหล่งการเรียนรู้ และขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม ดังนี้

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม “Monty Hall Problem”
2. ไฟล์กิจกรรม Monty Hall Problem จากเว็บไซต์ goo.gl/9c2kWZ

ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม

1. ครูนำเข้าสู่กิจกรรมโดยเปิดสื่อวิดีโอทัศน์หรือเล่าเรื่องราวสั้น ๆ เกี่ยวกับ Monty Hall Problem
2. ครูแจกใบกิจกรรม “Monty Hall Problem” ให้กับนักเรียนทุกคนและให้นักเรียนทำกิจกรรมนี้เป็นคู่
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้
4. ครูให้นักเรียนตอบคำถามที่ปรากฏในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมข้อ 1 ในใบกิจกรรม พร้อมให้เหตุผลประกอบ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความถูกต้องของคำตอบ

5. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่เปิดไฟล์กิจกรรม Monty Hall Problem จากเว็บไซต์ goo.gl/9c2kWZ จากนั้นครูชี้แจงวิธีใช้ไฟล์กิจกรรมให้นักเรียนเข้าใจก่อนเริ่มทำกิจกรรมในไฟล์กิจกรรม
6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามที่ปรากฏในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมข้อ 3 – 7 ในใบกิจกรรม ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมครูควรเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงทุกกลุ่ม และคอยชี้แนะเมื่อนักเรียนพบปัญหา
7. ครูให้นักเรียนตอบคำถามที่ปรากฏในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมข้อ 8 ในใบกิจกรรม โดยให้นักเรียนพิจารณาจากผลการทดลองที่ได้ และให้นักเรียนเปรียบเทียบผลการทดลองกับนักเรียนคู่อื่น ๆ
8. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปคำตอบของคำถามที่ปรากฏในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมข้อ 8 ในใบกิจกรรม
9. ครูอาจเพิ่มเติมว่าการทดลองดังกล่าว เป็นตัวอย่างหนึ่งในการหาความน่าจะเป็นที่เรียกว่า ความน่าจะเป็นเชิงประจักษ์ (empirical probability)

4.4 การวัดผลประเมินผลระหว่างเรียน

การวัดผลระหว่างเรียนเป็นการวัดผลการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอน และตรวจสอบนักเรียนแต่ละคนว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ครูสอนมากน้อยเพียงใด การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นแนวทางหนึ่งที่ครูอาจใช้เพื่อประเมินผลด้านความรู้ระหว่างเรียนของนักเรียน ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดที่ครอบคลุมเนื้อหาที่สำคัญของแต่ละบทไว้ สำหรับในบทที่ 4 ความน่าจะเป็น ครูอาจใช้แบบฝึกหัดเพื่อวัดผลประเมินผลความรู้ในแต่ละเนื้อหาได้ดังนี้

เนื้อหา	แบบฝึกหัด	
การทดลองสุ่ม ปฏิบัติตัวอย่าง และเหตุการณ์	4.1	ข้อ 1 – 3
ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	4.2	ข้อ 1 – 8

4.5 การวิเคราะห์แบบฝึกหัดท้ายบท

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนจบบทที่ 4 ความน่าจะเป็น แล้วนักเรียนสามารถ

1. หาปฏิบัติตัวอย่างและเหตุการณ์
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการแก้ปัญหา

ซึ่งหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้นำเสนอแบบฝึกหัดท้ายบทที่ประกอบด้วยโจทย์เพื่อตรวจสอบความรู้หลังเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมาย ซึ่งประกอบด้วยโจทย์ฝึกทักษะที่มีความน่าสนใจและโจทย์ท้าทายครูอาจเลือกใช้แบบฝึกหัดท้ายบทวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนตามจุดมุ่งหมายของบทเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถตามจุดมุ่งหมายเมื่อเรียนจบบทเรียนหรือไม่

ทั้งนี้ แบบฝึกหัดท้ายบทแต่ละข้อในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 บทที่ 4 ความน่าจะเป็น สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของบทเรียน ดังนี้

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย	
		หาปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์	ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการแก้ปัญหา
1.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
	4)	✓	
	5)	✓	
2.	1)	✓	
	2)	✓	
3.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
	4)	✓	
	5)	✓	
4.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
	4)	✓	
	5)	✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย	
		หาปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์	ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการแก้ปัญหา
5.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
6.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
	4)	✓	
	5)	✓	
	6)	✓	
7.		✓	
8.		✓	
9.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
10.	1)	✓	
	2)	✓	
11.		✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย	
		หาปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์	ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการแก้ปัญหา
12.		✓	
13.			✓
14.	1)	✓	
	2)	✓	
15.		✓	
16.		✓	
17.		✓	
18.	1)	✓	
	2)	✓	
	3)	✓	
19.		✓	
20.		✓	
21.		✓	
22.		✓	
23.	1)	✓	✓
	2)	✓	
	3)	✓	

ข้อ	ข้อ ย่อย	จุดมุ่งหมาย	
		หาปริภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์	ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการแก้ปัญหา
	4)	✓	
24.		✓	
25.		✓	

4.6 ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทและเฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

ในส่วนนี้จะนำเสนอตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทที่ 4 ความน่าจะเป็น สำหรับรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งครูสามารถเลือกนำไปใช้ได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลประเมินผล

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. คนสองคนเลือกเลขโดดจาก 1 ถึง 5 โดยที่ไม่ซ้ำกัน จงหาเหตุการณ์ที่คนที่สองได้เลขโดดที่มีค่ามากกว่าเลขโดดของคนแรก
2. ในการโยนเหรียญ 4 เหรียญ 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวเท่ากับจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย
3. จงหาความน่าจะเป็นที่คนสองคนมีวันเกิด (อาทิตย์ – เสาร์) วันเดียวกัน แต่หมู่เลือด (A, B, AB, O) ต่างกัน

4. ในการสุ่มจำนวนที่มีสี่หลัก มา 1 จำนวน จงหาความน่าจะเป็นที่เลขโดดที่อยู่ในหลักพันกับเลขโดดที่อยู่หลักหน่วยเป็นเลขโดดเดียวกัน และเลขโดดที่อยู่ในหลักร้อยกับเลขโดดที่อยู่ในหลักสิบเป็นเลขโดดเดียวกัน
5. ในการสุ่มจำนวนที่มีห้าหลัก มา 1 จำนวน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนที่มีห้าหลักที่ประกอบด้วยเลขโดด 5 ตัว ที่เป็นจำนวนที่เรียงติดกันซึ่งเพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละหนึ่ง (เช่น 23456, 76543)
6. ในห้องเรียนที่มีนักเรียน 40 คน มีนักเรียนที่ชอบบอกรำลึกกาย 25 คน มีนักเรียนที่ชอบดูสารคดี 20 คน มีนักเรียนที่ชอบทั้งบอกรำลึกกายและดูสารคดี 12 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มนักเรียนมาหนึ่งคนแล้วได้นักเรียนที่ชอบบอกรำลึกกายหรือดูสารคดี
7. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 1 ลูก และสีขาว 9 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลออกจากกล่อง 3 ลูก โดยหยิบทีละหนึ่งลูกและไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกต่อไป จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบไม่ได้ลูกบอลสีแดงเลย
8. กล่องใบหนึ่งบรรจุสลาก 10 ใบ โดยเขียนหมายเลข 1 ถึง 10 กำกับไว้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบสลากพร้อมกัน 3 ใบ ได้สลากที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสามเป็น 17 และไม่มีใบใดเลยที่มีหมายเลขที่น้อยกว่า 3
9. นิชาเลือกรหัส 4 หลัก ซึ่งประกอบด้วยเลขโดด 0 ถึง 9 จงหา
 - 1) ความน่าจะเป็นที่นิชชาจะทายรหัสของนิชาถูกต้องเพียงสองหลักสุดท้าย
 - 2) ความน่าจะเป็นที่นิชชาจะทายรหัสของนิชาถูกต้องเพียงสองหลักเท่านั้น

เฉลยตัวอย่างแบบทดสอบประจำบท

1. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้
จะได้

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), \\ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)\}$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่คนที่สองได้เลขโดดที่มีค่ามากกว่าเลขโดดของคนแรก

ดังนั้น $E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$

2. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้
จะได้ $n(S) = 2^4 = 16$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะได้จำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวเท่ากับจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย

เนื่องจากเหตุการณ์ที่จะได้จำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวเท่ากับจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย

คือ ได้เหรียญที่ขึ้นหัว 2 เหรียญ และได้เหรียญที่ขึ้นก้อย 2 เหรียญ จากการโยนเหรียญ

ทั้งหมด 4 ครั้ง

นั่นคือ $n(E) = C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ วิธี

จะได้ $P(E) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวเท่ากับจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย คือ $\frac{3}{8}$

3. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

ขั้นที่ 1 คนที่หนึ่งเกิดวันใดก็ได้ และมีหมู่เลือดใดก็ได้ มีได้ 7×4 วิธี

ขั้นที่ 2 คนที่สองเกิดวันใดก็ได้ และมีหมู่เลือดใดก็ได้ มีได้ 7×4 วิธี

$$\text{จะได้ } n(S) = (7 \times 4)(7 \times 4)$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่คนสองคนมีวันเกิดวันเดียวกันแต่มีหมู่เลือดต่างกัน

ขั้นที่ 1 คนที่หนึ่งเกิดวันใดก็ได้ และมีหมู่เลือดใดก็ได้ มีได้ 7×4 วิธี

ขั้นที่ 2 คนที่สองเกิดวันเดียวกับคนที่หนึ่ง แต่มีหมู่เลือดต่างจากคนที่หนึ่ง มีได้ 1×3 วิธี

$$\text{จะได้ } n(E) = (7 \times 4)(1 \times 3)$$

$$\text{นั่นคือ } P(E) = \frac{7 \times 4 \times 3}{7 \times 4 \times 7 \times 4} = \frac{3}{28}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่คนสองคนมีวันเกิดวันเดียวกันแต่มีหมู่เลือดต่างกัน คือ $\frac{3}{28}$

4. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากจำนวนที่มีสี่หลักมีทั้งหมด 9,000 ตัว

$$\text{จะได้ } n(S) = 9,000$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่สุ่มได้จำนวนที่มีสี่หลักที่มีเลขโดดที่อยู่ในหลักพันกับเลขโดดที่อยู่ในหลักหน่วยเป็นเลขโดดเดียวกัน และเลขโดดที่อยู่ในหลักร้อยกับเลขโดดที่อยู่ในหลักสิบเป็นเลขโดดเดียวกัน

เนื่องจากจำนวนที่มีสี่หลักที่มีเลขโดดที่อยู่ในหลักพันกับเลขโดดที่อยู่ในหลักหน่วยเป็นเลขโดดเดียวกัน และเลขโดดที่อยู่ในหลักร้อยกับเลขโดดที่อยู่ในหลักสิบเป็นเลขโดดเดียวกัน มีอยู่

$$9 \times 10 \times 1 \times 1 = 90 \text{ จำนวน นั่นคือ } n(E) = 90$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{90}{9000} = \frac{1}{100}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มจำนวนที่มีสี่หลัก มา 1 จำนวน ได้จำนวนที่มีสี่หลักที่มีเลขโดดที่อยู่ในหลักพันกับเลขโดดที่อยู่ในหลักหน่วยเป็นเลขโดดเดียวกัน และเลขโดดที่อยู่ในหลักร้อยกับเลขโดดที่อยู่ในหลักสิบเป็นเลขโดดเดียวกัน คือ $\frac{1}{100}$

5. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากจำนวนที่มีห้าหลักมีทั้งหมด 90,000 ตัว

$$\text{จะได้ } n(S) = 90,000$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่สุ่มได้จำนวนที่มีห้าหลักที่ประกอบด้วยเลขโดด 5 ตัว ที่เป็นจำนวนที่เรียงติดกันที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละหนึ่ง

เนื่องจาก จำนวนที่มีห้าหลักที่ประกอบด้วยเลขโดด 5 ตัวที่เป็นจำนวนที่เรียงติดกันที่เพิ่มขึ้นทีละหนึ่ง มีอยู่ 5 จำนวน ได้แก่ 12345, 23456, 34567, 45678 และ 56789

และจำนวนที่มีห้าหลักที่ประกอบด้วยเลขโดด 5 ตัว ที่เป็นจำนวนที่เรียงติดกันที่ลดลงทีละหนึ่ง มีอยู่ 6 จำนวน ได้แก่ 98765, 87654, 76543, 65432, 54321 และ 43210

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 5 + 6 = 11$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{11}{90000}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มจำนวนที่มีห้าหลัก มา 1 จำนวน ได้จำนวนที่มีห้าหลักที่ประกอบด้วยเลขโดด 5 ตัวที่ เป็นจำนวนที่เรียงติดกันซึ่งเพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละหนึ่ง คือ $\frac{11}{90000}$

6. ให้ A แทนเซตของนักเรียนที่ชอบบอกรำลึกกาย

B แทนเซตของนักเรียนที่ชอบดูสารคดี

มีนักเรียนที่ชอบบอกรำลึกกาย 25 คน นั่นคือ $n(A) = 25$

มีนักเรียนที่ชอบดูสารคดี 20 คน นั่นคือ $n(B) = 20$

มีนักเรียนที่ชอบทั้งออกรำลึกกายและดูสารคดี 12 คน นั่นคือ $n(A \cap B) = 12$

$$\begin{aligned}\text{จาก } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 + 20 - 12 \\ &= 33\end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนที่ชอบออกกำลังกายหรือดูสารคดี 33 คน

ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากในห้องเรียนนี้มีนักเรียน 40 คน

$$\text{จะได้ } n(S) = 40$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้นักเรียนที่ชอบออกกำลังกายหรือดูสารคดี

$$\text{จะได้ } n(E) = 33$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{33}{40}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนชอบออกกำลังกายหรือดูสารคดี คือ $\frac{33}{40}$

7. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากกล่องใบนี้บรรจุลูกบอลทั้งหมด 10 ลูก

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{10,3} = 10 \times 9 \times 8$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่หยิบไม่ได้ลูกบอลสีแดงเลย

$$\text{จะได้ } n(E) = 9 \times 8 \times 7$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{9 \times 8 \times 7}{10 \times 9 \times 8} = \frac{7}{10}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบไม่ได้ลูกบอลสีแดงเลย คือ $\frac{7}{10}$

8. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากกล่องใบนี้บรรจุสลาก 10 ใบ และต้องการหยิบสลาก 3 ใบพร้อมกัน

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{10,3} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 120$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะหยิบสลาก 3 ใบ ได้สลากที่ผลบวกของหมายเลขบนสลาก

ทั้งสามเป็น 17 และไม่มีใบใดเลยที่มีหมายเลขที่น้อยกว่า 3

เนื่องจากสลาก 3 ใบ ที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสามเป็น 17 และไม่มีใบใดเลยที่มี

หมายเลขน้อยกว่า 3 ได้แก่ (3, 4, 10), (3, 5, 9), (3, 6, 8), (4, 5, 8) และ (4, 6, 7)

$$\text{จะได้ } n(E) = 5$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบสลาก 3 ใบ ได้สลากที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสาม

เป็น 17 และไม่มีใบใดเลยที่มีหมายเลขที่น้อยกว่า 3 คือ $\frac{1}{24}$

9. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 10^4 = 10000$$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ณัชชาจะทายรหัสของนิชาถูกเพียงสองหลักสุดท้าย

$$\text{จะได้ } n(E_1) = C_{9,1} \times C_{9,1} \times 1 \times 1 = 81$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{81}{10000}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ณัชชาจะทายรหัสของนิชาถูกเพียงสองหลักสุดท้าย

$$\text{คือ } \frac{81}{10000}$$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ผู้ชายจะทายรหัสของนิชาถูกเพียงสองหลักเท่านั้น

เลือกหลักสองหลักที่ผู้ชายจะทายได้ถูก มีได้ $C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ แบบ

จะได้ $n(E_2) = 6 \times C_{9,1} \times C_{9,1} \times 1 \times 1 = 486$

จะได้ $P(E_2) = \frac{486}{10000} = \frac{243}{5000}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผู้ชายจะทายรหัสของนิชาถูกเพียงสองหลักเท่านั้น

คือ $\frac{243}{5000}$

4.7 เฉลยแบบฝึกหัด

คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งการเฉลยแบบฝึกหัดเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เฉลยคำตอบ และส่วนที่ 2 เฉลยคำตอบพร้อมวิธีทำอย่างละเอียด ซึ่งเฉลยแบบฝึกหัดที่อยู่ในส่วนนี้เป็นการเฉลยคำตอบของแบบฝึกหัด โดยไม่ได้นำเสนอวิธีทำ อย่างไรก็ตามครูสามารถศึกษาวิธีทำโดยละเอียดของแบบฝึกหัดทุกข้อได้ในส่วนท้ายของคู่มือครูเล่มนี้

แบบฝึกหัด 4.1

1. 1) $S_1 = \{\text{รสส้ม, รสอ่อน, รสมะนาว, รสกาแฟ}\}$
- 2) $S_2 = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$
- 3) $S_3 = \{\text{ชช, ชพ, พช, พพ}\}$
- 4) $S_4 = \{3, 4, 5, \dots, 18\}$
- 5) $S_5 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 1) $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

3) $E_2 = \{HT, TH\}$

3. 1) $E_1 = \{T1, T3, T5\}$

3) $E_3 = \{H3, H6, T3, T6\}$

5) $E_5 = S$

2) $E_1 = \{HH\}$

2) $E_2 = \{H2, H4, H6\}$

4) $E_4 = \emptyset$

แบบฝึกหัด 4.2

1. 1) $\frac{3}{5}$

2. 1) $\frac{1}{2}$

3) 0

3. 1) 1

3) $\frac{1}{5}$

4. 1) $\frac{3}{4}$

3) $\frac{1}{10}$

5. $\frac{3}{5}$

6. $\frac{1}{3}$

7. $\frac{3}{4}$

2) $\frac{2}{5}$

2) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{2}$

4) $\frac{4}{5}$

2) $\frac{19}{20}$

8. 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$
 3) $\frac{1}{2}$

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. 1) $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
 2) $E_1 = \{HTT, THT, TTH\}$
 3) $E_2 = \{HHH\}$
 4) $E_3 = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH\}$
 5) $E_4 = \{TTT\}$
2. 1) $S = \{RR, RW, RG, WR, WW, WG, GR, GW, GG\}$
 2) $E_2 = \{RW, WR\}$
3. 1) $\frac{53}{250}$ 2) $\frac{389}{1000}$
 3) $\frac{31}{250}$ 4) $\frac{21}{200}$
 5) $\frac{17}{100}$
4. 1) $\frac{7}{20}$ 2) $\frac{1}{2}$
 3) $\frac{43}{100}$ 4) $\frac{1}{10}$
 5) 0
5. 1) $\frac{1}{5}$ 2) $\frac{8}{25}$
 3) $\frac{1}{5}$

6. 1) $\frac{1}{10}$

3) $\frac{3}{5}$

5) $\frac{1}{2}$

7. $\frac{1}{365}$

8. $\frac{1}{2}$

9. 1) $\frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{4}$

10. 1) $\frac{11}{12}$

11. $\frac{5}{6}$

12. $\frac{4}{5}$

13. นม น้ำแกงฮอวย และน้ำส้ม

14. 1) $\frac{1}{15}$

15. $\frac{1}{28}$

16. $\frac{3}{11}$

17. $\frac{73}{145}$

18. 1) $\frac{7}{15}$

3) $\frac{14}{15}$

2) $\frac{1}{5}$

4) $\frac{2}{5}$

6) 1

2) $\frac{1}{8}$

2) $\frac{5}{6}$

2) $\frac{2}{9}$

2) $\frac{8}{15}$

19. $\frac{1}{5}$

20. $\frac{3}{20}$

21. $\frac{2}{11}$

22. $\frac{12}{25}$

23. 1) $\frac{1}{5}$

2) $\frac{4}{5}$

3) $\frac{9}{25}$

4) $\frac{13}{25}$

24. $\frac{1}{380}$

25. 1) $\frac{25}{102}$

2) $\frac{13}{102}$

3) $\frac{1}{221}$

26. แหวนควรจะใส่สลากคิ่้นก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง เพราะความน่าจะเป็นเมื่อหยิบสลากแบบใส่คิ่้นมากกว่าความน่าจะเป็นเมื่อหยิบสลากแบบไม่ใส่คิ่้น

27. $\frac{9}{10}$

28. 1) $\frac{14}{285}$

2) $\frac{1}{1140}$

3) $\frac{23}{57}$

4) $\frac{7}{95}$

5) $\frac{18}{95}$

- 3) เป็นเท็จ
5. 1) เป็นเซตว่าง
- 2) ไม่เป็นเซตว่าง (มี 5 และ 7 เป็นสมาชิกของเซต)
- 3) ไม่เป็นเซตว่าง (มี 1 เป็นสมาชิกของเซต)
- 4) เป็นเซตว่าง
- 5) ไม่เป็นเซตว่าง (มี -2 และ -1 เป็นสมาชิกของเซต)
6. 1) เซตอนันต์
- 2) เซตจำกัด
- 3) เซตอนันต์
- 4) เซตจำกัด
- 5) เซตอนันต์
- 6) เซตอนันต์
7. 1) จากโจทย์ $A = \{0, 1, 3, 7\}$
- และเขียน B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 9\}$
- ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมีสมาชิกของ B ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A เช่น $-1 \in B$ แต่ $-1 \notin A$
- 2) จากโจทย์ เขียน A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{\dots, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$
- และ $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมีสมาชิกของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B เช่น $0 \in A$ แต่ $0 \notin B$
- 3) จากโจทย์ $A = \{7, 14, 21, \dots, 343\}$
- และเขียน B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $B = \{7, 14, 21, \dots, 343\}$
- ดังนั้น $A = B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B และสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A
- 4) จากโจทย์ เขียน A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\right\}$

$$\text{และ } B = \left\{ 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \right\}$$

ดังนั้น $A = B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B และสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A

5) จากโจทย์ เขียน A แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $A = \{-6, 6\}$

$$\text{และ } B = \{6\}$$

ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมีสมาชิกของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B คือ $-6 \in A$

$$\text{แต่ } -6 \notin B$$

8. จากโจทย์ เขียน A, B, C และ D แบบแจกแจงสมาชิก ได้ดังนี้

$$A = \{ก, ร, ม\}$$

$$B = \{ม, ร, ค\}$$

$$C = \{ม, ก, ร, ค\}$$

$$D = \{ร, ก, ม\}$$

ดังนั้น $A \neq B$ เพราะมีสมาชิกของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B คือ $ก \in A$ แต่ $ก \notin B$

$A \neq C$ เพราะมีสมาชิกของ C ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A คือ $ค \in C$ แต่ $ค \notin A$

$A = D$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ D และสมาชิกทุกตัวของ D เป็นสมาชิกของ A

$B \neq C$ เพราะมีสมาชิกของ C ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B คือ $ก \in C$ แต่ $ก \notin B$

$B \neq D$ เพราะมีสมาชิกของ D ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B คือ $ก \in D$ แต่ $ก \notin B$

$C \neq D$ เพราะมีสมาชิกของ C ที่ไม่เป็นสมาชิกของ D คือ $ค \in C$ แต่ $ค \notin D$

แบบฝึกหัด 1.1ข

1. 1) ຄູກ
3) ຝິດ
5) ຄູກ
2) ຝິດ
4) ຄູກ
6) ຝິດ

2. เขียน A และ B แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น

$$A = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

และจากโจทย์ $C = \{2, 4\}$

ดังนั้น $A \subset B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B

$C \subset A$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ A

$C \subseteq B$ เพราะสมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ B

3. เขียน Y แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $Y = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

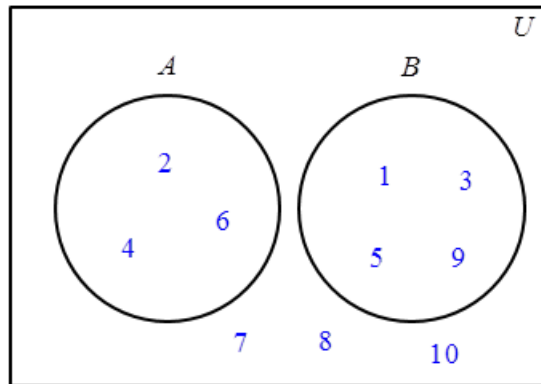
- 1) เป็นจริง เพราะสมาชิกทุกตัวของ X เป็นสมาชิกของ Y
- 2) เป็นจริง เพราะสมาชิกทุกตัวของ Y เป็นสมาชิกของ X
- 3) เป็นจริง เพราะ $X \subset Y$ และ $Y \subset X$

4. 1) $\emptyset$ และ $\{1\}$
- 2) $\emptyset, \{1\}, \{2\}$ และ $\{1, 2\}$
- 3) $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}$ และ $\{-1, 0, 1\}$
- 4) $\emptyset, \{x\}, \{y\}$ และ $\{x, y\}$
- 5) $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ และ $\{a, b, c\}$
- 6) $\emptyset$

แบบฝึกหัด 1.1ค

1. จากสิ่งที่กำหนดให้ A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

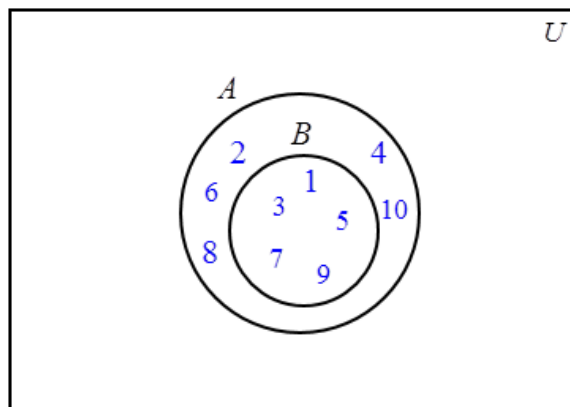
เขียนแผนภาพเวนนแสดง A และ B ได้ดังนี้



2. กำหนดให้ U เป็นเซตของจำนวนนับ

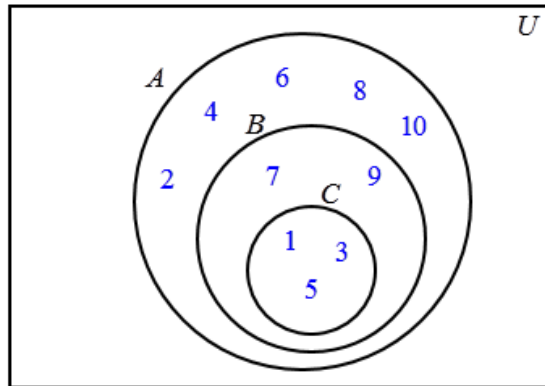
- 1) จากสิ่งที่กำหนดให้ จะได้ $B \subset A$

เขียนแผนภาพเวนนแสดง A และ B ได้ดังนี้



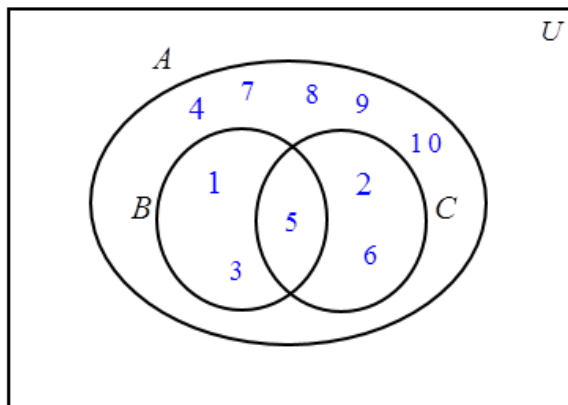
2) จากสิ่งที่กำหนดให้ จะได้ $C \subset B$ และ $B \subset A$

เขียนแผนภาพเวนนแสดง A , B และ C ได้ดังนี้



3) จากสิ่งที่กำหนดให้ จะได้ $B \subset A$ และ $C \subset A$ โดยที่ B และ C มีสมาชิกร่วมกัน คือ 5

เขียนแผนภาพเวนนแสดง A , B และ C ได้ดังนี้



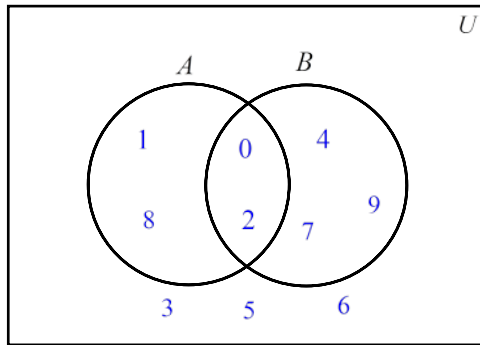
3. 1) สมาชิกที่อยู่ใน A แต่ไม่อยู่ใน B มี 1 ตัว (คือ a)
- 2) สมาชิกที่ไม่อยู่ใน A และไม่อยู่ใน B มี 2 ตัว (คือ d และ e)
- 3) สมาชิกที่อยู่ทั้งใน A และ B มี 3 ตัว (คือ x , y และ z)

แบบฝึกหัด 1.2

1. วิธีที่ 1
 - 1) A มีสมาชิก คือ 0, 1, 2 และ 8
 B มีสมาชิก คือ 0, 2, 4, 7 และ 9
 ดังนั้น $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 7, 8, 9\}$
 - 2) A และ B มีสมาชิกร่วมกัน คือ 0 และ 2
 ดังนั้น $A \cap B = \{0, 2\}$
 - 3) สมาชิกที่อยู่ใน A แต่ไม่อยู่ใน B คือ 1 และ 8
 ดังนั้น $A - B = \{1, 8\}$
 - 4) สมาชิกที่อยู่ใน B แต่ไม่อยู่ใน A คือ 4, 7 และ 9
 ดังนั้น $B - A = \{4, 7, 9\}$
 - 5) สมาชิกที่อยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน A คือ 3, 4, 5, 6, 7 และ 9
 ดังนั้น $A' = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
 - 6) สมาชิกที่อยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน B คือ 1, 3, 5, 6 และ 8
 ดังนั้น $B' = \{1, 3, 5, 6, 8\}$
 - 7) A มีสมาชิก คือ 0, 1, 2 และ 8
 B' มีสมาชิก คือ 1, 3, 5, 6 และ 8
 ดังนั้น $A \cup B' = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
 - 8) A' มีสมาชิก คือ 3, 4, 5, 6, 7 และ 9
 B มีสมาชิก คือ 0, 2, 4, 7 และ 9
 จะได้ A' และ B มีสมาชิกร่วมกัน คือ 4, 7 และ 9
 ดังนั้น $A' \cap B = \{4, 7, 9\}$

วิธีที่ 2 A และ B มีสมาชิกร่วมกัน คือ 0 และ 2

เขียนแผนภาพเวนนแสดง A และ B ได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

- | | |
|--|------------------------------|
| 1) $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ | 2) $A \cap B = \{0, 2\}$ |
| 3) $A - B = \{1, 8\}$ | 4) $B - A = \{4, 7, 9\}$ |
| 5) $A' = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ | 6) $B' = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ |
| 7) $A \cup B' = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 8\}$ | 8) $A' \cap B = \{4, 7, 9\}$ |

2. ให้ $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ และ $C = \{3, 4, 5, 6\}$

วิธีที่ 1 1) A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

ดังนั้น $A \cap B = \emptyset$

- 2) B มีสมาชิก คือ 1, 3, 5 และ 7

C มีสมาชิก คือ 3, 4, 5 และ 6

ดังนั้น $B \cup C = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

- 3) B และ C มีสมาชิกร่วมกัน คือ 3 และ 5

ดังนั้น $B \cap C = \{3, 5\}$

- 4) A และ C มีสมาชิกร่วมกัน คือ 4 และ 6

ดังนั้น $A \cap C = \{4, 6\}$

- 5) สมาชิกที่อยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน C คือ 0, 1, 2, 7 และ 8

ดังนั้น $C' = \{0, 1, 2, 7, 8\}$

- 6) C' และ A มีสมาชิกร่วมกัน คือ 0, 2 และ 8

ดังนั้น $C' \cap A = \{0, 2, 8\}$

- 7) C' และ B มีสมาชิกร่วมกัน คือ 1 และ 7

ดังนั้น $C' \cap B = \{1, 7\}$

- 8) $A \cap B$ เป็นเซตว่าง

B มีสมาชิก คือ 1, 3, 5 และ 7

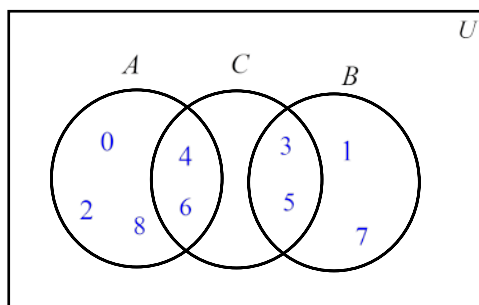
ดังนั้น $(A \cap B) \cup B = \{1, 3, 5, 7\}$

วิธีที่ 2 A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

A และ C มีสมาชิกร่วมกัน คือ 4 และ 6

B และ C มีสมาชิกร่วมกัน คือ 3 และ 5

เขียนแผนภาพเวนนแสดง A , B และ C ได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

1) $A \cap B = \emptyset$

2) $B \cup C = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

3) $B \cap C = \{3, 5\}$

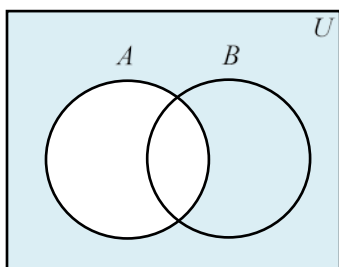
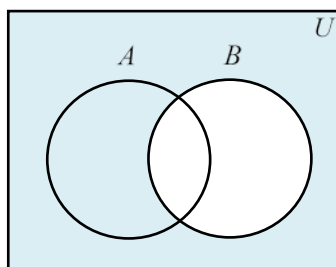
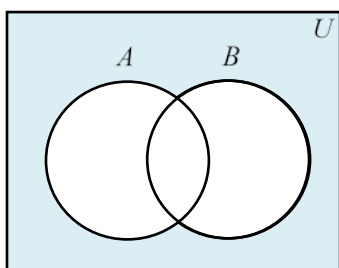
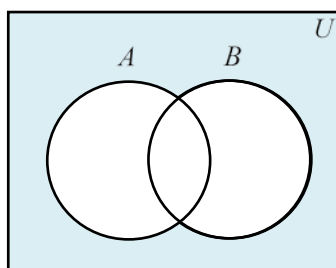
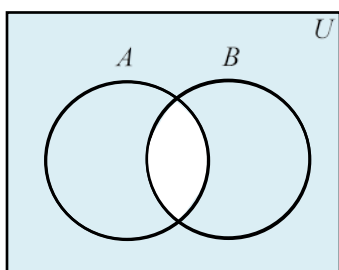
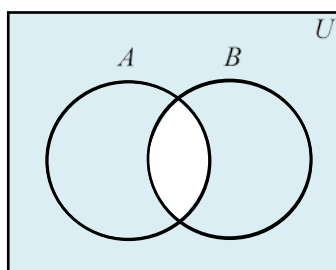
5) $C' = \{0, 1, 2, 7, 8\}$

7) $C' \cap B = \{1, 7\}$

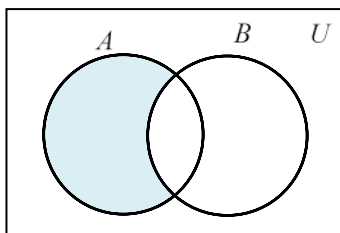
4) $A \cap C = \{4, 6\}$

6) $C' \cap A = \{0, 2, 8\}$

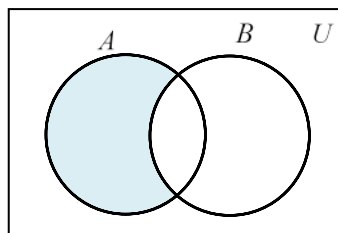
8) $(A \cap B) \cup B = \{1, 3, 5, 7\}$

3. 1) A' 2) B' 3) $A' \cap B'$ 4) $(A \cup B)'$ 5) $A' \cup B'$ 6) $(A \cap B)'$ 

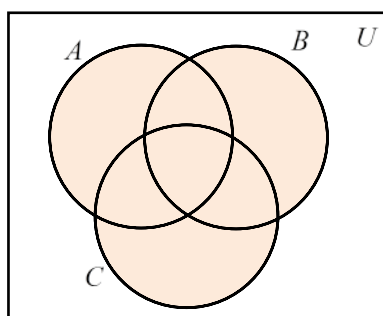
7) $A - B$



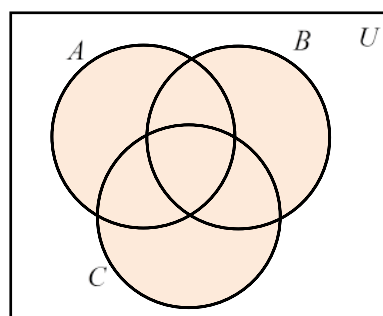
8) $A \cap B'$



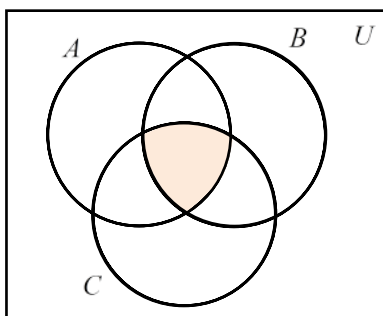
4. 1) $(A \cup B) \cup C$



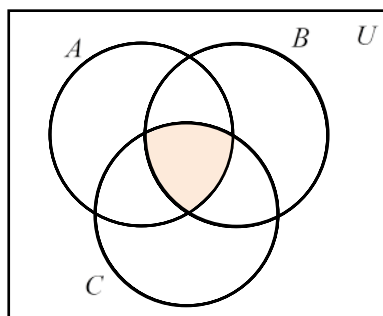
2) $A \cup (B \cap C)$



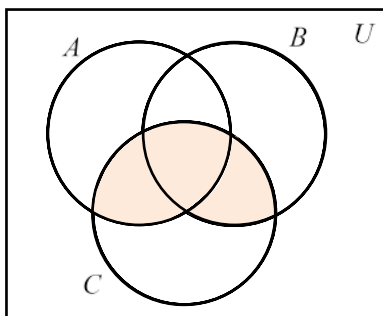
3) $(A \cap B) \cap C$



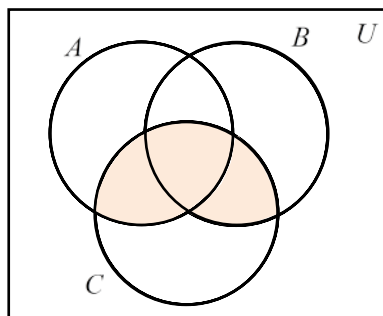
4) $A \cap (B \cap C)$



5) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$



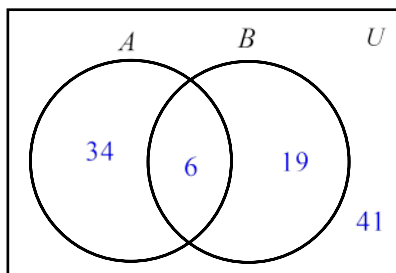
6) $(A \cup B) \cap C$



- | | | | | |
|----|----|-------------|----|-------------|
| 5. | 1) | $A \cap C$ | 2) | $C \cup B'$ |
| | 3) | $B - A$ | | |
| 6. | 1) | $\emptyset$ | 2) | A |
| | 3) | $\emptyset$ | 4) | U |
| | 5) | U | 6) | $\emptyset$ |
| | 7) | A' | 8) | $\emptyset$ |

แบบฝึกหัด 1.3

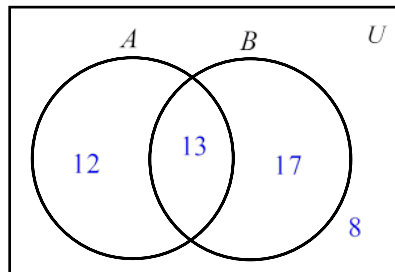
1. เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้จำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

เซต	$A - B$	$B - A$	$A \cup B$	A'	B'	$(A \cup B)'$
จำนวนสมาชิก	34	19	59	60	75	41

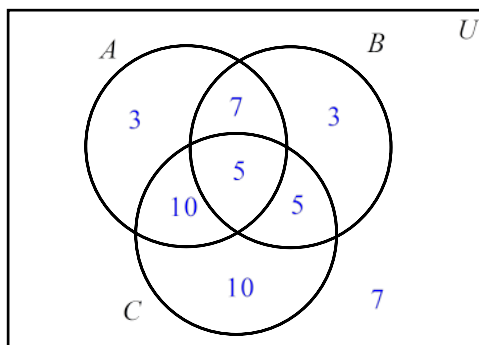
2. เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

- 1) $n(A \cup B) = 12 + 13 + 17 = 42$
- 2) $n(A - B) = 12$
- 3) $n(A' \cap B') = 8$

3. เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

- 1) $n(A \cup C) = 3 + 7 + 10 + 5 + 10 + 5 = 40$
- 2) $n(A \cup B \cup C) = 3 + 7 + 10 + 5 + 10 + 5 + 3 = 43$
- 3) $n(A \cup B \cup C)' = 7$
- 4) $n(B - (A \cup C)) = 3$
- 5) $n((A \cap B) - C) = 7$

4. ให้ A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A)=18$, $n(B)=25$ และ $n(A \cup B)=37$

จาก
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

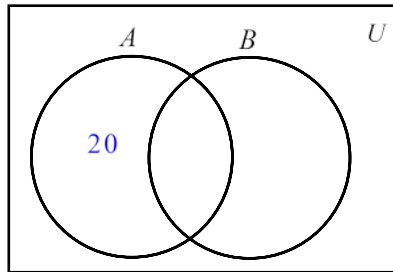
จะได้
$$37 = 18 + 25 - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= 18 + 25 - 37 \\ &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น $n(A \cap B) = 6$

5. จาก $n(A - B) = 20$ และ $n(A \cup B) = 80$

เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้

$$\begin{aligned} n(B) &= n(A \cup B) - n(A - B) \\ &= 80 - 20 \\ &= 60 \end{aligned}$$

ดังนั้น $n(B) = 60$

6. ให้ U แทนเซตของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งที่ได้รับการสอบถาม

A แทนเซตของพนักงานที่ชอบดื่มชา

B แทนเซตของพนักงานที่ชอบดื่มกาแฟ

$A \cup B$ แทนเซตของพนักงานที่ชอบดื่มชาหรือกาแฟ

$A \cap B$ แทนเซตของพนักงานที่ชอบดื่มทั้งชาและกาแฟ

จะได้
$$n(A \cup B) = 120$$

$$n(A) = 60$$

$$n(B) = 70$$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้ $120 = 60 + 70 - n(A \cap B)$

$$n(A \cap B) = 60 + 70 - 120$$

นั่นคือ $n(A \cap B) = 10$

ดังนั้น มีพนักงานที่ชอบดื่มทั้งชาและกาแฟ 10 คน

7. ให้ U แทนเซตของผู้ป่วยที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทนเซตของผู้ป่วยที่สูบบุหรี่

B แทนเซตของผู้ป่วยที่เป็นมะเร็งปอด

$A' \cap B'$ แทนเซตของผู้ป่วยที่ไม่สูบบุหรี่และไม่เป็นมะเร็งปอด

$A \cap B$ แทนเซตของผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด

จะได้ $n(U) = 1,000$

$$n(A) = 312$$

$$n(B) = 180$$

$$n(A' \cap B') = 660$$

วิธีที่ 1 เนื่องจาก $A' \cap B' = (A \cup B)'$

ดังนั้น $n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$

จะได้
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n(A' \cap B') \\ &= n(U) - 660 \\ &= 1,000 - 660 \\ &= 340 \end{aligned}$$

จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้ $340 = 312 + 180 - n(A \cap B)$

$$n(A \cap B) = 312 + 180 - 340$$

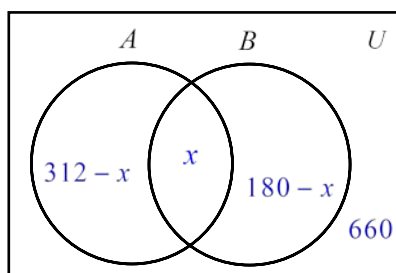
นั่นคือ $n(A \cap B) = 152$

ดังนั้น มีผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด 152 คน

คิดเป็นร้อยละ $\frac{152}{312} \times 100 \approx 48.72$ ของจำนวนผู้สูบบุหรี่ทั้งหมด

วิธีที่ 2 ให้ x แทนจำนวนผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด นั่นคือ $x = n(A \cap B)$

เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



เนื่องจาก โรงพยาบาลแห่งนี้ทำการสำรวจข้อมูลจากผู้ป่วยทั้งหมด 1,000 คน

$$\text{จะได้} \quad 1,000 = [(312 - x) + x + (180 - x)] + 660$$

$$1,000 = (492 - x) + 660$$

$$x = 492 + 660 - 1,000$$

นั่นคือ

$$x = 152$$

ดังนั้น มีผู้ป่วยที่สูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด 152 คน

คิดเป็นร้อยละ $\frac{152}{312} \times 100 \approx 48.72$ ของจำนวนผู้สูบบุหรี่ทั้งหมด

8. ให้
- U แทนเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายห้องหนึ่ง
 - A แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์
 - B แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษา
 - C แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาภาษาไทย
 - $A \cap B$ แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และสังคมศึกษา
 - $B \cap C$ แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษาและภาษาไทย
 - $A \cap C$ แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทย

$A \cap B \cap C$ แทนเซตของนักเรียนที่สอบผ่านทั้งสามวิชา

จะได้

$$n(A) = 37$$

$$n(B) = 48$$

$$n(C) = 45$$

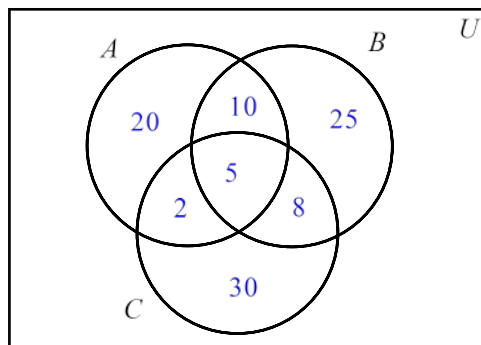
$$n(A \cap B) = 15$$

$$n(B \cap C) = 13$$

$$n(A \cap C) = 7$$

$$n(A \cap B \cap C) = 5$$

วิธีที่ 1 เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่ามีนักเรียนที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชา เท่ากับ

$$20 + 10 + 25 + 2 + 5 + 8 + 30 = 100 \text{ คน}$$

วิธีที่ 2 เนื่องจากนักเรียนที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชา คือ นักเรียนที่สอบผ่าน วิชาคณิตศาสตร์ หรือสอบผ่านวิชาสังคมศึกษา หรือสอบผ่านวิชาภาษาไทย ซึ่งคือ $A \cup B \cup C$

$$\begin{aligned} \text{จาก } n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) \\ &\quad - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 37 + 48 + 45 - 15 - 7 - 13 + 5 \\ &= 100 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชา 100 คน

9. ให้ U แทนเซตของผู้ถือหุ้นในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยที่ร่วมการสำรวจ
 A แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ก
 B แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ข
 C แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ค
 $A \cap B$ แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ก และ ข
 $B \cap C$ แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ข และ ค
 $A \cap C$ แทนเซตของผู้ถือหุ้นบริษัท ก และ ค
 $A \cap B \cap C$ แทนเซตของผู้ถือหุ้นทั้งสามบริษัท

จะได้

$$n(U) = 3,000$$

$$n(A) = 200$$

$$n(B) = 250$$

$$n(C) = 300$$

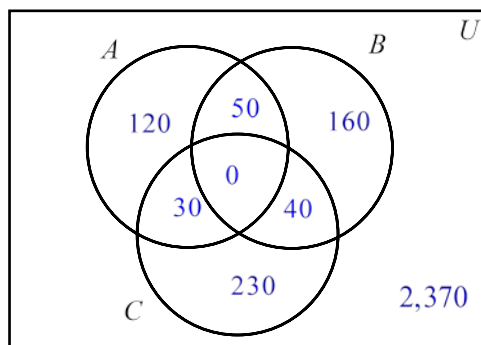
$$n(A \cap B) = 50$$

$$n(B \cap C) = 40$$

$$n(A \cap C) = 30$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0$$

วิธีที่ 1 เขียนแผนภาพเพื่อแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



- | | |
|----------------|----------------|
| 3. 1) เซตจำกัด | 2) เซตอนันต์ |
| 3) เซตจำกัด | 4) เซตจำกัด |
| 5) เซตอนันต์ | |
| 4. 1) เป็นจริง | 2) เป็นจริง |
| 3) เป็นเท็จ | 4) เป็นจริง |
| 5) เป็นจริง | 6) เป็นเท็จ |
| 5. 1) A | 2) $\emptyset$ |
| 3) U | 4) A |
| 5) A | 6) U |

6. 1) เนื่องจาก $A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$

$$\begin{aligned}
 &= (A \cup B) \cap (A \cup A') \\
 &= (A \cup B) \cap U \\
 &= A \cup B
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $A \cup B = A \cup (B - A)$

2) เนื่องจาก $A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)'$

$$\begin{aligned}
 &= A \cap (A' \cup B') \\
 &= (A \cap A') \cup (A \cap B') \\
 &= \emptyset \cup (A \cap B') \\
 &= A \cap B'
 \end{aligned}$$

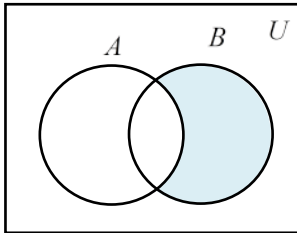
ดังนั้น $A \cap B' = A - (A \cap B)$

3) เนื่องจาก $U - (A \cup B) = U \cap (A \cup B)'$

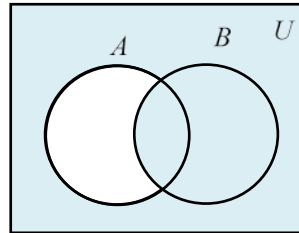
$$\begin{aligned}
 &= U \cap (A' \cap B') \\
 &= A' \cap B'
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $A' \cap B' = U - (A \cup B)$

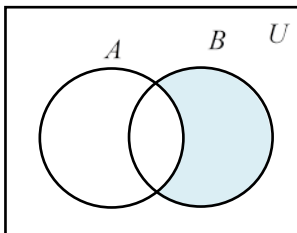
7. 1) $A' \cap B$



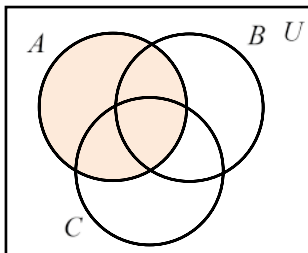
2) $(A \cap B)'$



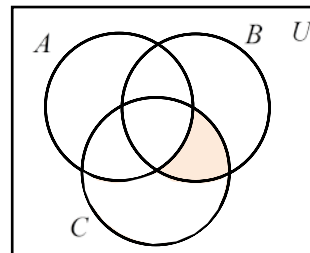
3) $(A \cup B)'$



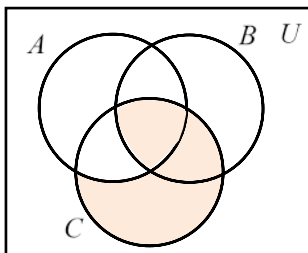
8. 1) $A \cup (A - B)$



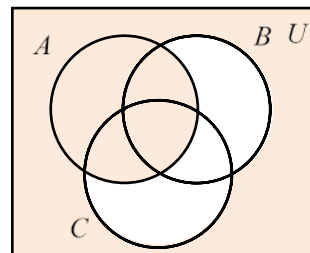
2) $(A' \cap B) \cap C$



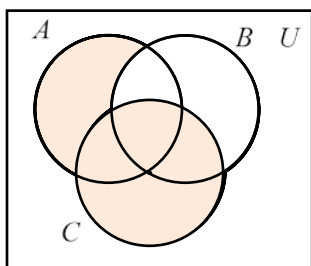
3) $(A - B)' \cap C$



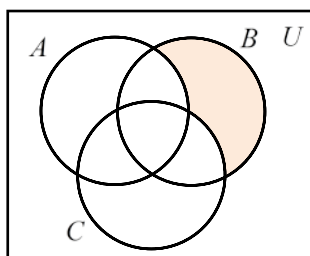
4) $A \cup (C' - B)$



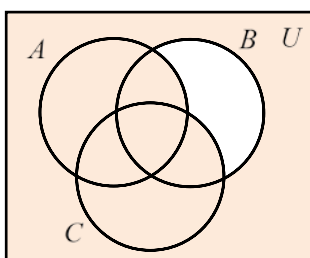
5) $(A \cap B') \cup C$



6) $A' \cap (C' \cap B)$



7) $A \cup (C' \cap B)'$



9. 1) $\{0, 2, 4, 7, 9, 12, 14\}$

3) $\{1, 4, 5, 7, 11, 12\}$

5) $\{1, 4, 12\}$

7) $\{0, 2, 7, 14\}$

2) $\{1, 4, 6, 9, 12, 15\}$

4) $\{4, 9, 12\}$

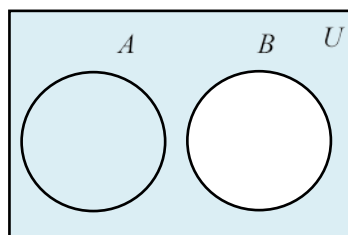
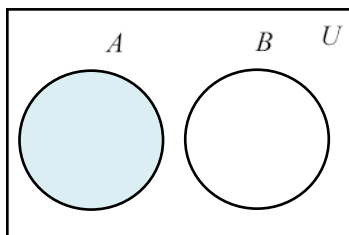
6) $\{4, 7, 12\}$

8) $\{1, 5, 6, 11, 15\}$

10. เนื่องจาก $A \cap B = \emptyset$

ดังนั้น เขียนแผนภาพแสดงเซตได้ดังนี้

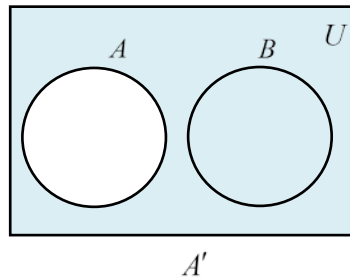
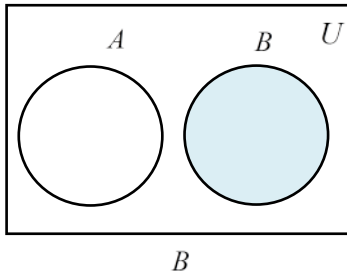
1)



จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A \subset B'$

ดังนั้น ข้อความ “ $A \subset B'$ ” เป็นจริง

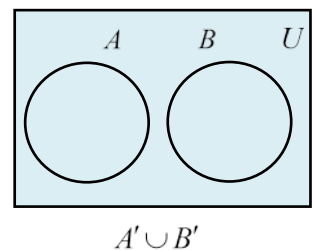
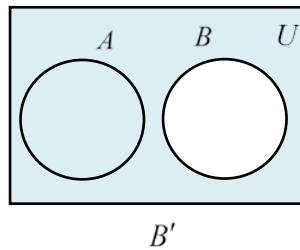
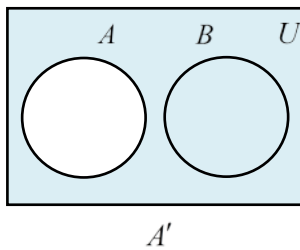
2)



จากแผนภาพ จะเห็นว่า $B \subset A'$

ดังนั้น ข้อความ “ $B \subset A'$ ” เป็นจริง

3)



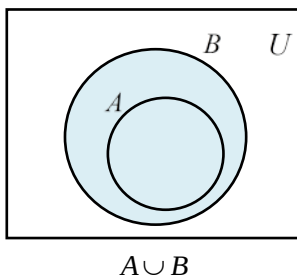
จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A' \cup B' = U$

ดังนั้น ข้อความ “ $A' \cup B' = U$ ” เป็นจริง

11. เนื่องจาก $A \subset B$

ดังนั้น เขียนแผนภาพแสดงเซตได้ดังนี้

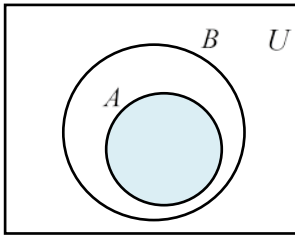
1)



จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A \cup B = B$

ดังนั้น ข้อความ “ $A \cup B = B$ ” เป็นจริง

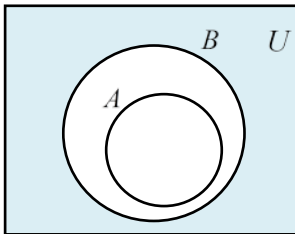
2)



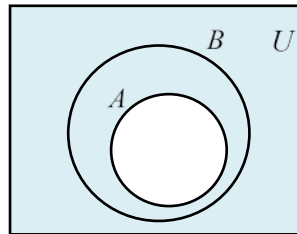
$$A \cap B$$

จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A \cap B = A$ ดังนั้น ข้อความ “ $A \cap B = A$ ” เป็นจริง

3)



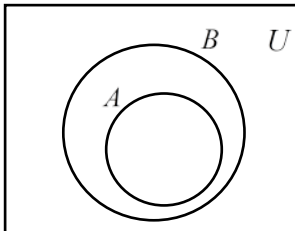
$$B'$$



$$A'$$

จากแผนภาพ จะเห็นว่า $B' \subset A'$ ดังนั้น ข้อความ “ $B' \subset A'$ ” เป็นจริง

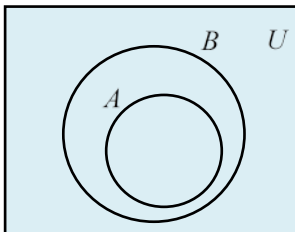
4)



$$A \cap B'$$

จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A \cap B' = \emptyset$ ดังนั้น ข้อความ “ $A \cap B' = \emptyset$ ” เป็นจริง

5)



$$A' \cup B$$

จากแผนภาพ จะเห็นว่า $A' \cup B = U$ ดังนั้น ข้อความ “ $A' \cup B = U$ ” เป็นจริง

12. ให้ A และ B เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน คือ x ตัว

นั่นคือ $n(A) = n(B) = x$

จากโจทย์ $n(A \cap B) = 101$ และ $n(A \cup B) = 233$

จาก
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

จะได้
$$233 = x + x - 101$$

$$2x = 233 + 101$$

นั่นคือ
$$x = 167$$

ดังนั้น $n(A) = 167$

13. ให้ U แทนเซตของผู้ป่วยที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทนเซตของผู้ป่วยที่เป็นโรคตา

B แทนเซตของผู้ป่วยที่เป็นโรคฟัน

$A \cap B$ แทนเซตของผู้ป่วยที่เป็นทั้งสองโรค

$A' \cap B'$ แทนเซตของผู้ป่วยที่ไม่เป็นโรคตาและไม่เป็นโรคฟัน

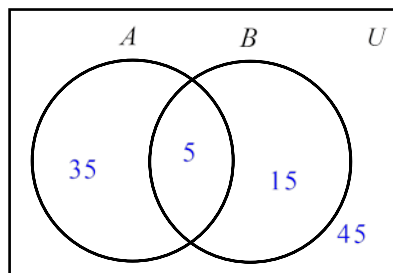
จะได้
$$n(U) = 100$$

$$n(A) = 40$$

$$n(B) = 20$$

$$n(A \cap B) = 5$$

วิธีที่ 1 นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่ามีผู้ป่วยที่ไม่เป็นโรคตาและไม่เป็นโรคฟัน 45%

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $A' \cap B' = (A \cup B)'$

นั่นคือ เซตของผู้ป่วยที่ไม่เป็นโรคตาและไม่เป็นโรคฟัน คือ $(A \cup B)'$

$$\text{จาก} \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad n(A \cup B) &= 40 + 20 - 5 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\text{จาก} \quad n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

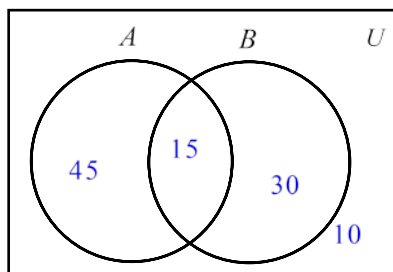
$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad &= 100 - 55 \\ &= 45 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีผู้ป่วยที่ไม่เป็นโรคตาและไม่เป็นโรคฟัน 45%

14. ให้ U แทนเซตของลูกค้าที่เข้าร่วมการสำรวจ
 A แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดตั้งโต๊ะ
 B แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดแขวนเพดาน
 $A \cap B$ แทนเซตของลูกค้าที่ใช้พัดลมทั้งสองชนิด

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad n(U) &= 100 \\ n(A) &= 60 \\ n(B) &= 45 \\ n(A \cap B) &= 15 \end{aligned}$$

วิธีที่ 1 นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า

- 1) มีลูกค้าที่ไม่ใช้พัดลมทั้งสองชนิดนี้ 10%
- 2) มีลูกค้าที่ใช้พัดลมเพียงชนิดเดียวเท่ากับ $45\% + 30\% = 75\%$

วิธีที่ 2 จาก
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

จะได้
$$n(A \cup B) = 60 + 45 - 15$$

$$= 90$$

- 1) มีลูกค้าที่ไม่ใช้พัดลมทั้งสองชนิดนี้เท่ากับ $100\% - 90\% = 10\%$
- 2) มีลูกค้าที่ใช้พัดลมชนิดเดียวเท่ากับ $90\% - 15\% = 75\%$

15. ให้ U แทนเซตของรถที่เข้ามาซ่อมที่อู่ของแดน

A แทนเซตของรถที่ต้องซ่อมเบรค

B แทนเซตของรถที่ต้องซ่อมระบบท่อไอเสีย

$A \cup B$ แทนเซตของรถที่ต้องซ่อมเบรคหรือระบบท่อไอเสีย

$(A \cup B)'$ แทนเซตของรถที่มีสภาพปกติ

$A \cap B$ แทนเซตของรถที่ต้องซ่อมทั้งเบรคและระบบท่อไอเสีย

จะได้
$$n(U) = 50$$

$$n(A) = 23$$

$$n(B) = 34$$

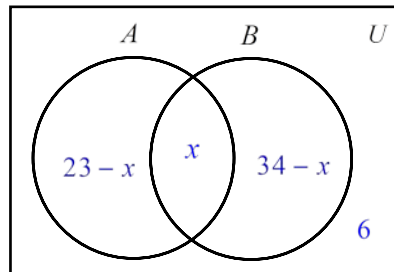
$$n(A \cup B)' = 6$$

นั่นคือ $n(A \cup B) = 50 - 6 = 44$

วิธีที่ 1 ให้ x แทนจำนวนรถที่ต้องซ่อมทั้งเบรคและระบบท่อไอเสีย

นั่นคือ $n(A \cap B) = x$

นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



- 1) จากแผนภาพ จะได้ว่า

$$44 = (23 - x) + x + (34 - x)$$

$$44 = 57 - x$$

จะได้

$$x = 13$$

ดังนั้น มีรถที่ต้องซ่อมทั้งเบรกและระบบท่อไอเสีย 13 คัน

- 2) จากแผนภาพ จะได้ว่ามีรถที่ต้องซ่อมเบรกแต่ไม่ต้องซ่อมระบบท่อไอเสีย

เท่ากับ $23 - 13 = 10$ คัน

วิธีที่ 2 1) จาก $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จะได้

$$44 = 23 + 34 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 23 + 34 - 44$$

นั่นคือ

$$n(A \cap B) = 13$$

ดังนั้น มีรถที่ต้องซ่อมทั้งเบรกและระบบท่อไอเสีย 13 คัน

- 2) มีรถที่ต้องซ่อมเบรกแต่ไม่ต้องซ่อมระบบท่อไอเสีย เท่ากับ $23 - 13 = 10$ คัน

16. ให้ U แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถไฟ

B แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถยนต์

C แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางเรือ

$A \cap B$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถไฟและรถยนต์

$B \cap C$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถยนต์และเรือ

$A \cap C$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถไฟและเรือ

$A \cap B \cap C$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทั้งทางรถไฟ รถยนต์ และเรือ

$(A \cup B \cup C)'$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ทางรถไฟ รถยนต์ หรือเรือ

$A \cup B \cup C$ แทนเซตของผู้ใช้บริการขนส่งทางรถไฟ รถยนต์ หรือเรือ

จะได้

$$n(A) = 100$$

$$n(B) = 150$$

$$n(C) = 200$$

$$n(A \cap B) = 50$$

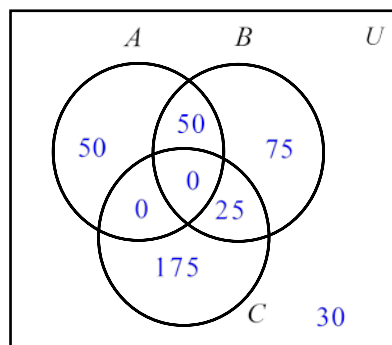
$$n(B \cap C) = 25$$

$$n(A \cap C) = 0$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0$$

$$n(A \cup B \cup C)' = 30$$

วิธีที่ 1 นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่ามีผู้ใช้บริการขนส่งที่เข้าร่วมการสำรวจทั้งหมด เท่ากับ

$$50 + 50 + 75 + 25 + 175 + 30 = 405 \text{ คน}$$

วิธีที่ 2 จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)$

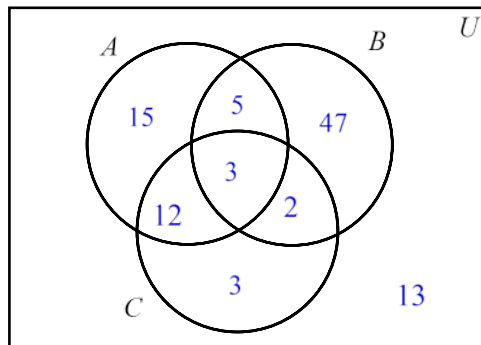
$$\begin{aligned}
 & -n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\
 \text{จะได้} \quad & n(A \cup B \cup C) = 100 + 150 + 200 - 50 - 0 - 25 + 0 \\
 & = 375 \\
 \text{จาก} \quad & n(A \cup B \cup C)' = 30 \\
 \text{จะได้} \quad & n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(A \cup B \cup C)' \\
 & = 375 + 30 \\
 & = 405
 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีผู้ใช้บริการขนส่งที่เข้าร่วมการสำรวจทั้งหมด 405 คน

17. ให้
- U แทนเซตของคนที่เข้าร่วมการสำรวจ
 - A แทนเซตของคนที่ชอบการเดินป่า
 - B แทนเซตของคนที่ชอบการไปทะเล
 - C แทนเซตของคนที่ชอบการเล่นสกีน้ำ
 - $A \cap B$ แทนเซตของคนที่ชอบการเดินป่าและการไปทะเล
 - $A \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบการเดินป่าและการเล่นสกีน้ำ
 - $B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบการไปทะเลและการเล่นสกีน้ำ
 - $A \cap B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบทั้งการเดินป่า การไปทะเล และการเล่นสกีน้ำ

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad & n(A) = 35 \\
 & n(B) = 57 \\
 & n(C) = 20 \\
 & n(A \cap B) = 8 \\
 & n(A \cap C) = 15 \\
 & n(B \cap C) = 5 \\
 & n(A \cap B \cap C) = 3
 \end{aligned}$$

นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า

- 1) มีคนที่ชอบการไปทะเลหรือชอบการเล่นสวมน้ำ เท่ากับ
 $5\% + 47\% + 12\% + 3\% + 2\% + 3\% = 72\%$
- 2) มีคนที่ชอบการเดินป่าหรือชอบการไปทะเล เท่ากับ
 $15\% + 5\% + 47\% + 12\% + 3\% + 2\% = 84\%$
- 3) มีคนที่ชอบทำกิจกรรมเพียงอย่างเดียว เท่ากับ $15\% + 47\% + 3\% = 65\%$
- 4) มีคนที่ไม่ชอบการเดินป่า หรือไปทะเล หรือเล่นสวมน้ำ 13%

18. ให้ U แทนเซตของประชาชนที่เข้าร่วมการสำรวจ

A แทนเซตของคนที่ชอบทุเรียน

B แทนเซตของคนที่ชอบมังคุด

C แทนเซตของคนที่ชอบมะม่วง

$A \cap B$ แทนเซตของคนที่ชอบทุเรียนและมังคุด

$B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบมังคุดและมะม่วง

$A \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบทุเรียนและมะม่วง

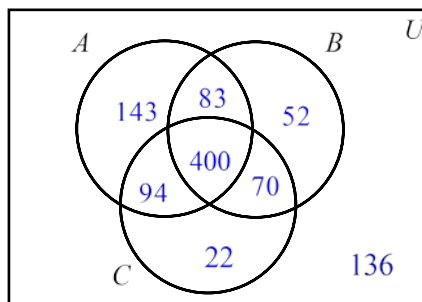
$A \cap B \cap C$ แทนเซตของคนที่ชอบผลไม้ทั้งสามชนิดนี้

จะได้

$$n(A) = 720$$

$$\begin{aligned}n(B) &= 605 \\n(C) &= 586 \\n(A \cap B) &= 483 \\n(B \cap C) &= 470 \\n(A \cap C) &= 494 \\n(A \cap B \cap C) &= 400\end{aligned}$$

นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า

- 1) มีคนที่ชอบมังคุดอย่างเดียว 52 คน
- 2) มีคนที่ชอบผลไม้อย่างน้อยหนึ่งชนิดในสามชนิดนี้ เท่ากับ
 $143 + 83 + 52 + 94 + 400 + 70 + 22 = 864$ คน
- 3) มีคนที่ไม่ชอบผลไม้ชนิดใดเลยในสามชนิดนี้ 136 คน

19. ให้
- U แทนเซตของนักเรียนที่เข้าร่วมการสำรวจ
 - A แทนเซตของนักเรียนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์
 - B แทนเซตของนักเรียนที่ชอบวิชาฟิสิกส์
 - C แทนเซตของนักเรียนที่ชอบวิชาภาษาไทย

$(A \cup B \cup C)'$ แทนเซตของนักเรียนที่ไม่ชอบวิชาใดเลยในสามวิชานี้

จะได้ $n(A) = 56$

$$n(B) = 47$$

$$n(C) = 82$$

$$n(A \cup B \cup C)' = 4$$

นั่นคือ

$$n(A \cup B \cup C) = 100 - 4 = 96$$

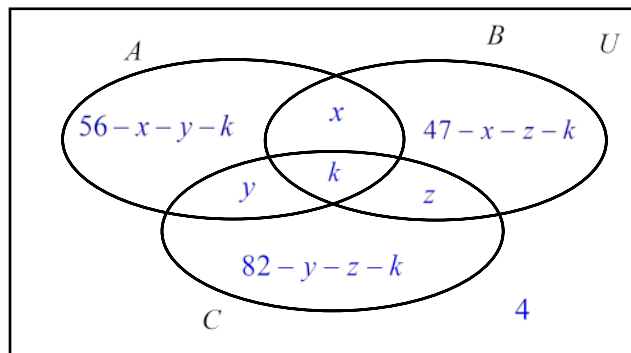
ให้ x แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ แต่ไม่ชอบวิชาภาษาไทย

y แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทย แต่ไม่ชอบวิชาฟิสิกส์

z แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบวิชาฟิสิกส์และภาษาไทย แต่ไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์

k แทนจำนวนนักเรียนที่ชอบทั้งสามวิชา

วิธีที่ 1 นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า

$$96 = (56 - x - y - k) + (47 - x - z - k)$$

$$+ (82 - y - z - k) + x + y + z + k$$

$$96 = 185 - x - y - z - 2k$$

$$89 = (x + y + z) + 2k$$

เนื่องจาก มีนักเรียนที่ชอบเพียง 2 วิชาเท่านั้น จำนวน 71%

นั่นคือ $x + y + z = 71$

จะได้

$$89 = 71 + 2k$$

$$2k = 18$$

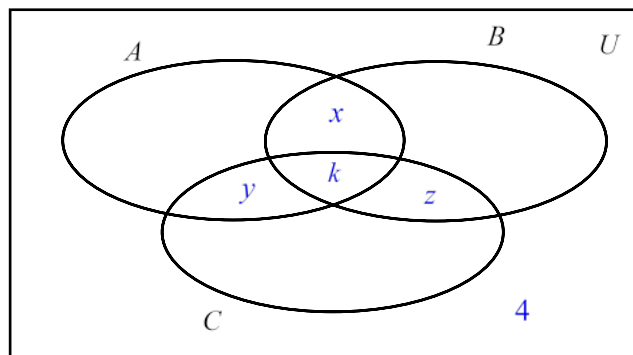
ดังนั้น $k = 9$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 (56 - x - y - k) + (47 - x - z - k) + (82 - y - z - k) \\
 &= 185 - 2x - 2y - 2z - 3k \\
 &= 185 - 2(x + y + z) - 3k \\
 &= 185 - 2(71) - 3(9) \\
 &= 185 - 142 - 27 \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนที่ชอบเพียงวิชาเดียวเท่านั้น จำนวน 16 %

วิธีที่ 2 นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพได้ดังนี้



เนื่องจาก มีนักเรียนที่ชอบเพียง 2 วิชาเท่านั้น จำนวน 71%

นั่นคือ $x + y + z = 71$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) \\
 &\quad - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)
 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } 96 = 56 + 47 + 82 - (x + k) - (y + k) - (z + k) + k$$

$$x + y + z + 2k = 89$$

$$71 + 2k = 89$$

$$2k = 18$$

$$k = 9$$

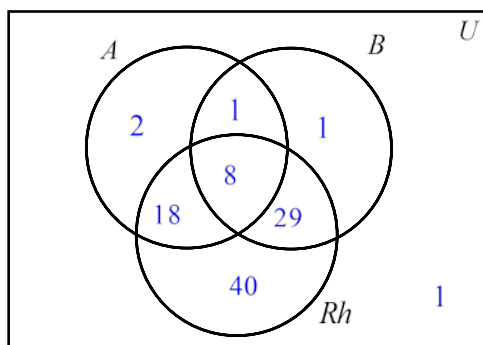
ดังนั้น มีนักเรียนที่ชอบเพียงวิชาเดียวเท่านั้น เท่ากับ $96\% - 9\% - 71\% = 16\%$

20. ให้
- U แทนเซตของคนกลุ่มนี้
 - A แทนเซตของคนที่มีแอนติเจน A
 - B แทนเซตของคนที่มีแอนติเจน B
 - Rh แทนเซตของคนที่มีแอนติเจน Rh^+
 - $A \cap B$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด AB
 - $A - B$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด A
 - $B - A$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด B
 - $(A \cap Rh) - B$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด A^+
 - $(B \cap Rh) - A$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด B^+
 - $A \cap B \cap Rh$ แทนเซตของคนที่มีหมู่เลือด AB^+

จะได้

$$\begin{aligned} n(A) &= n(A^+) + n(A^-) + n(AB) = 29 \\ n(B) &= n(B^+) + n(B^-) + n(AB) = 39 \\ n(A \cap B) &= n(AB) = 9 \\ n((A \cap Rh) - B) &= n(A^+) = 18 \\ n((B \cap Rh) - A) &= n(B^+) = 29 \\ n(A \cap B \cap Rh) &= n(AB^+) = 8 \\ n(Rh - (A \cup B)) &= n(O^+) = 40 \end{aligned}$$

จากแผนภาพที่กำหนดให้ นำข้อมูลทั้งหมดไปเขียนแผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของเซตได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่ามีคนกลุ่มนี้ 1% ที่มีเลือดหมู่ O^-

บทที่ 2 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

แบบฝึกหัด 2.1

1. 1) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 2) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
- 3) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 4) ไม่เป็นประพจน์
- 5) ไม่เป็นประพจน์ 6) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
- 7) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 8) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 9) ไม่เป็นประพจน์ 10) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
- 11) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 12) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
- 13) ไม่เป็นประพจน์ 14) ไม่เป็นประพจน์
- 15) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ 16) ไม่เป็นประพจน์
- 17) ไม่เป็นประพจน์ 18) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

2. ตัวอย่างคำตอบ

$2 > 3$ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$\emptyset \in \{1, 2, 3\}$ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

หนึ่งปีมีสิบสองเดือน เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

$\sqrt{4}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เดือนมกราคม มี 31 วัน เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

แบบฝึกหัด 2.2

1. 1) นิเสธของประพจน์ $4+9=10+3$ คือ $4+9 \neq 10+3$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 2) นิเสธของประพจน์ $-6 \nless 7$ คือ $-6 < 7$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 3) นิเสธของประพจน์ $\sqrt{100}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม คือ $\sqrt{100}$ เป็นจำนวนเต็ม มีค่าความจริงเป็นจริง
- 4) นิเสธของประพจน์ $2 \not\subset \{2\}$ คือ $2 \subset \{2\}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. 1) เนื่องจาก p เป็นจริง จะได้ $\sim p$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $\sim p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 2) เนื่องจาก q เป็นเท็จ จะได้ $\sim q$ เป็นจริง
ดังนั้น $\sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 3) เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \wedge q$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 4) เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \vee q$ เป็นจริง
ดังนั้น $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 5) เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \rightarrow q$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 6) เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \leftrightarrow q$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 7) เนื่องจาก p เป็นจริง และ $\sim q$ เป็นจริง จะได้ $p \wedge \sim q$ เป็นจริง
ดังนั้น $p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 8) เนื่องจาก $\sim p$ เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ จะได้ $\sim p \vee q$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $\sim p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- 9) เนื่องจาก $\sim p$ เป็นเท็จ และ $\sim q$ เป็นจริง จะได้ $\sim p \wedge \sim q$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $\sim p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- 10) เนื่องจาก $p \wedge \sim q$ เป็นจริง จะได้ $\sim(p \wedge \sim q)$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $\sim(p \wedge \sim q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- 11) เนื่องจาก q เป็นเท็จ และ p เป็นจริง จะได้ $q \rightarrow p$ เป็นจริง

จาก p เป็นจริง และ $q \rightarrow p$ เป็นจริง จะได้ $p \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ เป็นจริง

ดังนั้น $p \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

- 12) เนื่องจาก $\sim p \vee q$ เป็นเท็จ และ $p \wedge \sim q$ เป็นจริง

จะได้ $(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นจริง

ดังนั้น $(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

3. 1) ให้ p แทน งูเห่าเป็นสัตว์มีพิษ

q แทน งูจงอางเป็นสัตว์มีพิษ

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$

เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \wedge q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “งูเห่าและงูจงอางเป็นสัตว์มีพิษ” มีค่าความจริงเป็นจริง

- 2) ให้ p แทน โลมาเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

q แทน คนเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$

เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \vee q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “โลมาหรือคนเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม” มีค่าความจริงเป็นจริง

- 3) ให้ p แทน ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก
 ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $\sim p$
 เนื่องจาก p เป็นจริง จะได้ $\sim p$ เป็นเท็จ
 ดังนั้น ประพจน์ “ดวงอาทิตย์ไม่ได้ขึ้นทางทิศตะวันออก” มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 4) ให้ p แทน ม้ามีปีก
 q แทน คนบินได้
 ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$
 เนื่องจาก p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง
 ดังนั้น ประพจน์ “ม้ามีปีกก็ต่อเมื่อคนบินได้” มีค่าความจริงเป็นจริง
- 5) ให้ p แทน 13 เป็นจำนวนเฉพาะ
 q แทน 13 มีตัวประกอบคือ 1 กับ 13 เท่านั้น
 ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$
 เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง
 ดังนั้น ประพจน์ “13 เป็นจำนวนเฉพาะ ก็ต่อเมื่อ 13 มีตัวประกอบคือ 1 กับ 13 เท่านั้น” มีค่าความจริงเป็นจริง
- 6) ให้ p แทน 3 เป็นจำนวนคี่
 q แทน 3^2 เป็นจำนวนคี่
 ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \rightarrow q$
 เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \rightarrow q$ เป็นจริง
 ดังนั้น ประพจน์ “ถ้า 3 เป็นจำนวนคี่ แล้ว 3^2 เป็นจำนวนคี่” มีค่าความจริงเป็นจริง
- 7) ให้ p แทน $1 \notin \{1, 2\}$
 q แทน $1 \in \{1, 2\}$

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$

เนื่องจาก p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ จะได้ $p \wedge q$ เป็นเท็จ

ดังนั้น ประพจน์ “ $1 \notin \{1, 2\}$ และ $1 \in \{1, 2\}$ ” มีค่าความจริงเป็นเท็จ

8) ให้ p แทน 9 ไม่เท่ากับ 10

q แทน 10 ไม่น้อยกว่า 9

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$

เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \vee q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “9 ไม่เท่ากับ 10 หรือ 10 ไม่น้อยกว่า 9” มีค่าความจริงเป็นจริง

แบบฝึกหัดท้ายบท

1.
 - 1) ไม่เป็นประพจน์
 - 2) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 3) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 4) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 5) ไม่เป็นประพจน์
 - 6) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - 7) ไม่เป็นประพจน์
 - 8) ไม่เป็นประพจน์
 - 9) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
 - 10) เป็นประพจน์ ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
2.
 - 1) ให้ p แทน นที่ไปโรงเรียนโดยรถประจำทาง
 q แทน นที่ไปโรงเรียนโดยจักรยานยนต์รับจ้าง
 ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$
 - 2) ให้ p แทน บุคคลต้องรับผิดชอบในทางอาญา
 q แทน บุคคลได้กระทำโดยเจตนา
 ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \leftrightarrow q$

3) ให้ p แทน สาครมีเงิน

q แทน สาครมีเพื่อนรายล้อม

r แทน สาครมีความสุข

ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q \wedge \sim r$

4) ให้ p แทน ออมสอบชิงทุนไปเรียนต่อต่างประเทศได้

q แทน ออมเรียนจบด้วยคะแนนเกียรตินิยม

r แทน พ่อของออมซื้อรถยนต์ให้เป็นรางวัล

ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $(p \wedge q) \rightarrow r$

5) ให้ p แทน จำเลยในคดีเป็นผู้วิกลจริต

q แทน จำเลยในคดีถูกสอบสวน

r แทน จำเลยในคดีรับโทษ

ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$

6) ให้ p แทน ต้นปลอมธนบัตร

q แทน ต้นแปลงธนบัตร

r แทน ต้นได้รับโทษจำคุก 20 ปี

s แทน ต้นได้รับโทษปรับไม่เกิน 40,000 บาท

ดังนั้น ข้อความที่กำหนดให้อยู่ในรูป $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s \vee (r \wedge s))$

3. 1) นิเสธของประพจน์ $-20 + 5 > -17$ คือ $-20 + 5 \leq -17$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 2) นิเสธของประพจน์ 37 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ คือ 37 เป็นจำนวนเฉพาะ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 3) นิเสธของประพจน์ $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ คือ $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 4) นิเสธของประพจน์ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ คือ $\mathbb{N} \not\subset \mathbb{Z}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4. ตัวอย่างคำตอบ

π ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

นิดาและนัตดาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รูปสี่เหลี่ยมอาจเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานก็ได้

รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน

5. 1) จาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \wedge q$ เป็นจริง

จาก $p \wedge q$ เป็นจริง และ r เป็นเท็จ จะได้ $(p \wedge q) \vee r$ เป็นจริง

ดังนั้น $(p \wedge q) \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

2) จาก q เป็นจริง จะได้ $\sim q$ เป็นเท็จ

จาก $\sim q$ เป็นเท็จ และ r เป็นเท็จ จะได้ $\sim q \vee r$ เป็นเท็จ

จาก $\sim q \vee r$ เป็นเท็จ และ p เป็นจริง จะได้ $(\sim q \vee r) \wedge p$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $(\sim q \vee r) \wedge p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) จาก p เป็นจริง จะได้ $\sim p$ เป็นเท็จ

และจาก r เป็นเท็จ จะได้ $r \leftrightarrow \sim p$ เป็นจริง

ดังนั้น $r \leftrightarrow \sim p$ มีค่าความจริงเป็นจริง

4) จาก p เป็นจริง จะได้ $\sim p$ เป็นเท็จ

จาก r เป็นเท็จ จะได้ $\sim r$ เป็นจริง จะได้ $\sim p \vee \sim r$ เป็นจริง

ดังนั้น $\sim p \vee \sim r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5) จาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \wedge q$ เป็นจริง

จาก q เป็นจริง และ r เป็นเท็จ จะได้ $q \wedge r$ เป็นเท็จ

จาก $p \wedge q$ เป็นจริง และ $q \wedge r$ เป็นเท็จ จะได้ $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge r)$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

6. 1) ให้ p แทนประพจน์ 4 เป็นจำนวนเฉพาะ

q แทนประพจน์ 4 เป็นจำนวนคี่

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \rightarrow q$

เนื่องจาก p เป็นเท็จ จะได้ $p \rightarrow q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “ถ้า 4 เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว 4 เป็นจำนวนคี่” มีค่าความจริงเป็นจริง

- 2) ให้ p แทนประพจน์ $3 \geq 2$

q แทนประพจน์ $-2 \geq -3$

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$

เนื่องจาก p เป็นจริง และ q เป็นจริง จะได้ $p \wedge q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “ $3 \geq 2$ และ $-2 \geq -3$ ” มีค่าความจริงเป็นจริง

- 3) ให้ p แทนประพจน์ 100 กิโลกรัม เท่ากับ 1 ตัน

q แทนประพจน์ 10 ชีด เท่ากับ 1 กิโลกรัม

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$

เนื่องจาก q เป็นจริง จะได้ $p \vee q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “100 กิโลกรัมเท่ากับ 1 ตัน หรือ 10 ชีดเท่ากับ 1 กิโลกรัม”

มีค่าความจริงเป็นจริง

- 4) ให้ p แทนประพจน์ $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 4\}$ เป็นเซตว่าง

q แทนประพจน์ $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$ ไม่เป็นเซตว่าง

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \vee q$

เนื่องจาก p เป็นจริง จะได้ $p \vee q$ เป็นจริง

ดังนั้น ประพจน์ “ $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 4\}$ เป็นเซตว่าง หรือ $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$

ไม่เป็นเซตว่าง” มีค่าความจริงเป็นจริง

5) ให้ p แทนประพจน์ $A \cup A = A$

q แทนประพจน์ $A - \emptyset = U$

ประพจน์ที่กำหนดให้อยู่ในรูป $p \wedge q$

เนื่องจาก q เป็นเท็จ จะได้ $p \wedge q$ เป็นเท็จ

ดังนั้น ประพจน์ “ $A \cup A = A$ และ $A - \emptyset = U$ ” มีค่าความจริงเป็นเท็จ

7. 1) จาก $q \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง จะได้ ประพจน์ q มีค่าความจริงเป็นจริง และประพจน์ r มีค่าความจริงเป็นจริง
- 2) จาก $r \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ ประพจน์ r มีค่าความจริงเป็นจริง และประพจน์ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 3) จาก $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ
หาค่าความจริงของ $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$
จาก p เป็นเท็จ จะได้ $p \wedge \sim q$ เป็นเท็จ
จาก $p \wedge \sim q$ เป็นเท็จ จะได้ $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$ เป็นจริง
ดังนั้น $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 4) จาก $p \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ p เป็นจริง และ r เป็นเท็จ
หาค่าความจริงของ $(p \vee q) \wedge r$
จาก r เป็นเท็จ จะได้ $(p \vee q) \wedge r$ เป็นเท็จ
ดังนั้น $(p \vee q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

8. แสดงคุณสมบัติของพนักงานกับเงื่อนไขของการเลื่อนตำแหน่งดังตารางต่อไปนี้

เงื่อนไข ชื่อพนักงาน	อายุไม่ต่ำกว่า 30 ปี	จบปริญญา โทขึ้นไป	ทำงานบริษัทอย่างน้อย 3 ปี หรือทำงานด้านคอมพิวเตอร์ อย่างน้อย 7 ปี
ฟ้าใส	✓	✓	✓
รุ่งนภา	✗	✓	✓
ธนา	✓	✓	✗

จากตารางจะเห็นว่า ฟ้าใส เป็นพนักงานคนเดียวที่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขของการเลื่อนตำแหน่งทั้ง 3 ข้อ

ดังนั้น ฟ้าใสมีสิทธิ์ได้เลื่อนตำแหน่ง

9. แสดงคุณสมบัติของพนักงานกับเงื่อนไขของการได้รับเงินรางวัลดังตารางต่อไปนี้

เงื่อนไข ชื่อพนักงาน	ทำยอดขายใน 1 ปี ได้เกิน 3,000,000 บาท	ทำยอดขายใน 1 ปี ได้เกิน 5,000,000 บาท และไม่ลาภกิจ	ทำยอดขายใน 1 ปี ได้เกิน 10,000,000 บาท ไม่ลาพักผ่อน และไม่ลาภกิจ
สุริยา	✓	✗	✗
เมฆา	✗	✗	✗
กมล	✓	✓	✗
ทิวา	✓	✓	✓

เนื่องจากพนักงานแต่ละคนจะสามารถรับเงินรางวัลที่ดีที่สุดได้เพียงรางวัลเดียว

ดังนั้น สุริยาจะได้รับเงินรางวัล $30,000 \times 1.5 = 45,000$ บาท

เมฆาจะไม่ได้รับเงินรางวัล

กมลจะได้รับเงินรางวัล $70,000 \times 2 = 140,000$ บาท

และทิวาจะได้รับเงินรางวัล $200,000 \times 4 = 800,000$ บาท

10. แสดงคุณสมบัติของผู้กู้กับเงื่อนไขของการกู้เงินดังตารางต่อไปนี้

เงื่อนไข ชื่อผู้กู้	ผู้กู้ต้องมี เงินเดือน ไม่น้อยกว่า 30,000 บาท	ถ้าผู้กู้มีคู่สมรส แล้วผู้กู้และคู่สมรส ต้องมีเงินเดือนรวมกัน ไม่น้อยกว่า 70,000 บาท	ผู้กู้ต้องมีเงินเหลือ หลังหักค่าใช้จ่ายใน แต่ละเดือน มากกว่า 5,000 บาท
สัญญา	✓	✓	✗
กวิน	✓	✗	✓
มานแก้ว	✓	ไม่มีคู่สมรส	✓

จากตารางจะเห็นว่า มานแก้ว เป็นผู้กู้คนเดียวที่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขของการกู้เงินทั้ง 3 ข้อ ดังนั้น มานแก้ว จะสามารถกู้เงินกับบริษัทนี้ได้

บทที่ 3 หลักการนับเบื้องต้น

แบบฝึกหัด 3.1

- จากหลักการบวก จะมีวิธีเลือกสั่งอาหารได้ $12 + 8 + 5 = 25$ วิธี
- รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่เกิดจากการจัดเรียงกระเบื้องมี 3 แบบ ได้แก่
 แบบที่ 1 มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย อยู่ 9 รูป
 แบบที่ 2 มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แต่ละด้านยาว 2 หน่วย อยู่ 3 รูป
 แบบที่ 3 มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แต่ละด้านยาว 3 หน่วย อยู่ 1 รูป
 จากหลักการบวก จึงได้ว่า มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าทั้งหมด $9 + 3 + 1 = 13$ รูป
- จากหลักการคูณ จะมีวิธีเลือกประตูเข้าออกได้ $10 \times 9 = 90$ วิธี
- การจัดระบบรหัสหนังสือของห้องสมุดแห่งนี้ มีองค์ประกอบ 4 ส่วน ดังนี้
 ส่วนที่ 1 ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 2 ตัว มีได้ 26×26 แบบ
 ส่วนที่ 2 เลขโดด 3 ตัว ที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน มีได้ 999 แบบ จาก 001 ถึง 999
 ส่วนที่ 3 ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว มีได้ 26 แบบ
 ส่วนที่ 4 เลขโดด 2 ตัว ที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน มีได้ 99 แบบ จาก 01 ถึง 99
 จากหลักการคูณ จึงได้ว่า การจัดระบบรหัสหนังสือของห้องสมุดแห่งนี้จะมีจำนวนรหัสที่เป็นไปได้ทั้งหมด $26 \times 26 \times 999 \times 26 \times 99 = 1,738,283,976$ ตัว

5. เขียนตารางแสดงแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งลูกสองครั้ง ได้ดังนี้

ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 1	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

1) **วิธีที่ 1** จากตาราง จะได้จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้ง เท่ากันเป็น 6 วิธี

วิธีที่ 2 **ขั้นตอนที่ 1** แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 1 มีได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เนื่องจากแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้งเท่ากัน
จะได้ว่าแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 2 มีได้ 1 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้งเท่ากันเป็น
 $6 \times 1 = 6$ วิธี

2) **วิธีที่ 1** จากตาราง จะได้จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้ง
ต่างกันเป็น 30 วิธี

วิธีที่ 2 เนื่องจาก จำนวนวิธีที่ได้แต้มจากการทอดลูกเต๋าสองครั้ง มีได้ 36 วิธี
แต่มีจำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้งเท่ากัน 6 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทิ้งสองครั้งต่างกันเป็น
 $36 - 6 = 30$ วิธี

วิธีที่ 3 **ขั้นตอนที่ 1** แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 1 มีได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เนื่องจากแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 2 ต่างจาก
ครั้งแรก จะได้ว่าแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 2
มีได้ 5 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทั้งสองครั้งต่างกันเป็น
 $6 \times 5 = 30$ วิธี

3) จากตาราง จะได้จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทั้งสองครั้ง
น้อยกว่า 10 เป็น 30 วิธี

6. ปัญหาดังกล่าว สามารถแก้ได้โดยใช้หลักการคูณ ดังนี้

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

1) **ขั้นตอนที่ 1** เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักร้อย จากเลขโดด 1, 2, 3, ..., 9 ได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักสิบ จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, ..., 9
ได้ 10 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักหน่วย จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, ..., 9
ได้ 10 วิธี

ดังนั้น มีจำนวนเต็มบวกที่มี 3 หลัก ทั้งหมด $9 \times 10 \times 10 = 900$ จำนวน

2) **ขั้นตอนที่ 1** เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักร้อย จากเลขโดด 1, 2, 3, ..., 9 ได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักหน่วย จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, ..., 9
ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักร้อย ได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักสิบ จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, ..., 9
ได้ 10 วิธี

ดังนั้น มีจำนวนเต็มบวกที่มี 3 หลัก โดยเลขโดดในหลักแรกและหลักสุดท้าย

ไม่ซ้ำกันทั้งหมด $9 \times 9 \times 10 = 810$ จำนวน

3) **ขั้นตอนที่ 1** เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักร้อย จากเลขโดด 1, 2, 3, ..., 9 ได้ 9 วิธี

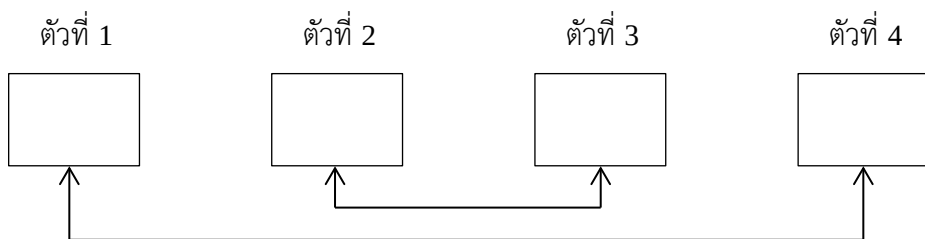
ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักหน่วย ที่ทำให้ผลรวมของเลขโดดในหลักร้อยและหลักหน่วยเป็น 10 ได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักสิบ จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, ..., 9 ได้ 10 วิธี

ดังนั้น มีจำนวนเต็มบวกที่มี 3 หลัก โดยเลขโดดในหลักแรกและหลักสุดท้าย

รวมกันได้ 10 ทั้งหมด $9 \times 1 \times 10 = 90$ จำนวน

7. โดยความหมายของพาลินโดรม จะได้ว่าตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวที่ 1 กับตัวที่ 4 และตัวที่ 2 กับตัวที่ 3 ต้องเป็นตัวอักษรเดียวกัน ดังแผนภาพ



ขั้นตอนที่ 1 ตัวที่ 1 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 26 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตัวที่ 2 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 26 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ตัวที่ 3 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 1 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 ตัวที่ 4 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 1 วิธี

ดังนั้น พาลินโดรมที่ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 4 ตัว โดยจะมีความหมายหรือไม่ก็ได้ มีทั้งหมด $26 \times 26 \times 1 \times 1 = 676$ คำ

8. 1) การนำผลไม้ใส่ตะกร้าโดยไม่มีเงื่อนไข สามารถทำได้ดังนี้
- ขั้นตอนที่ 1 นำผลไม้ชนิดที่ 1 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่ง ทำได้ 6 วิธี
- ขั้นตอนที่ 2 นำผลไม้ชนิดที่ 2 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่ง ทำได้ 6 วิธี
- ขั้นตอนที่ 3 นำผลไม้ชนิดที่ 3 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่ง ทำได้ 6 วิธี
- ขั้นตอนที่ 4 นำผลไม้ชนิดที่ 4 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่ง ทำได้ 6 วิธี
- ดังนั้น จำนวนวิธีในการนำผลไม้ใส่ตะกร้าโดยไม่มีเงื่อนไข มีทั้งหมด
- $$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1,296 \text{ วิธี}$$
- 2) การนำผลไม้ใส่ตะกร้าโดยที่ตะกร้าแต่ละใบมีผลไม้ไม่เกิน 1 ผล สามารถทำได้ดังนี้
- ขั้นตอนที่ 1 นำผลไม้ชนิดที่ 1 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่ง ทำได้ 6 วิธี
- ขั้นตอนที่ 2 นำผลไม้ชนิดที่ 2 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่งที่เหลืออยู่ ทำได้ 5 วิธี
- ขั้นตอนที่ 3 นำผลไม้ชนิดที่ 3 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่งที่เหลืออยู่ ทำได้ 4 วิธี
- ขั้นตอนที่ 4 นำผลไม้ชนิดที่ 4 ไปใส่ตะกร้าใดตะกร้าหนึ่งที่เหลืออยู่ ทำได้ 3 วิธี
- ดังนั้น จำนวนวิธีที่นำผลไม้ใส่ตะกร้าโดยที่ตะกร้าแต่ละใบมีผลไม้ไม่เกิน 1 ผล มีทั้งหมด
- $$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{ วิธี}$$

แบบฝึกหัด 3.2

1. เนื่องจากมีหนังสือคณิตศาสตร์ 2 เล่ม หนังสือภาษาไทย 3 เล่ม หนังสือภาษาอังกฤษ 4 เล่ม นั่นคือ มีหนังสือทั้งหมด 9 เล่ม ที่แตกต่างกันทั้งหมด
- ดังนั้น ถ้านำหนังสือทั้ง 9 เล่ม มาวางเรียงบนชั้นวางหนังสือชั้นหนึ่ง ทำได้
- $$9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362,880 \text{ วิธี}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 1) \quad P_{8,4} &= \frac{8!}{(8-4)!} \\
 &= \frac{8!}{4!} \\
 &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} \\
 &= 1,680
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad P_{10,2} &= \frac{10!}{(10-2)!} \\
 &= \frac{10!}{8!} \\
 &= \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} \\
 &= 90
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad P_{5,5} &= \frac{5!}{(5-5)!} \\
 &= \frac{5!}{0!} \\
 &= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} \\
 &= 120
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad P_{7,0} &= \frac{7!}{(7-0)!} \\
 &= \frac{7!}{7!} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

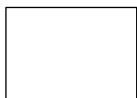
3. **วิธีที่ 1** จากการเรียงสับเปลี่ยน จะได้

$$\begin{aligned}
 P_{4,3} &= \frac{4!}{(4-3)!} \\
 &= \frac{4!}{1!} \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

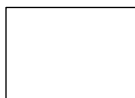
ดังนั้น จะมีวิธีสร้างจำนวนที่แตกต่างกันทั้งหมด 24 จำนวน

วิธีที่ 2 การสร้างจำนวน 3 หลัก จากเลขโดด 2, 3, 5 และ 9 ทำได้ดังนี้

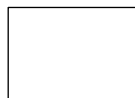
หลักร้อย



หลักสิบ



หลักหน่วย



ขั้นตอนที่ 1 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักร้อย จากเลขโดด 2, 3, 5, 9 ได้ 4 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักสิบ จากเลขโดด 2, 3, 5, 9 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักร้อย ได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักหน่วย จากเลขโดด 2, 3, 5, 9 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักร้อยและหลักสิบ ได้ 2 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จะมีวิธีสร้างจำนวนที่แตกต่างกันทั้งหมด

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ วิธี}$$

4. **วิธีที่ 1** จากการเรียงสับเปลี่ยน จะได้

$$\begin{aligned} P_{9,5} &= \frac{9!}{(9-5)!} \\ &= \frac{9!}{4!} \\ &= 15,120 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีจำนวนวิธีการนั่งเก้าอี้ โดยที่เก้าอี้แต่ละตัวจะมีคนนั่งหนึ่งคน

15,120 วิธี

วิธีที่ 2 การเลือกเก้าอี้ 5 ตัว ที่ป้ายรถประจำทางซึ่งวางเรียงกันเป็นแถวยาวให้กับคน 9 คน ที่มารอรถที่ป้ายรถประจำทางนี้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เก้าอี้ตัวที่ 1 มีวิธีเลือกคนมานั่งได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เก้าอี้ตัวที่ 2 มีวิธีเลือกคนมานั่งได้ 8 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เก้าอี้ตัวที่ 3 มีวิธีเลือกคนมานั่งได้ 7 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 เก้าอี้ตัวที่ 4 มีวิธีเลือกคนมานั่งได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 5 เก้าอี้ตัวที่ 5 มีวิธีเลือกคนมานั่งได้ 5 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีการนั่งเก้าอี้ โดยที่เก้าอี้แต่ละตัวจะมีคนนั่ง
หนึ่งคน $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15,120$ วิธี

5. นำรูปภาพที่แตกต่างกัน 5 รูป มาจัดแสดงโดยเรียงต่อกันในแนวเส้นตรง ทำได้ทั้งหมด

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ วิธี}$$

แบบฝึกหัด 3.3

1. จำนวนวิธีในการเลือกนักเรียน 5 คน จากนักเรียนกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 8 คน มีทั้งหมด

$$C_{8,5} = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{(3 \times 2 \times 1)5!} = 56 \text{ วิธี}$$

2. ข้อสอบอัตนัยชุดหนึ่งมี 6 ข้อ ซึ่งมีคำสั่งระบุว่าให้เลือกทำเพียง 4 ข้อ

จะมีจำนวนวิธีในการเลือกทำข้อสอบทั้งหมด

$$C_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!4!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{(2 \times 1) \times 4!} = 15 \text{ วิธี}$$

3. การเลือกกรรมการนักเรียน ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกกรรมการนักเรียนชาย 5 คน จากผู้สมัครที่เป็นนักเรียนชาย 20 คน
ทำได้ $C_{20,5}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกกรรมการนักเรียนหญิง 4 คน จากผู้สมัครที่เป็นนักเรียนหญิง 15 คน
ทำได้ $C_{15,4}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีในการเลือกกรรมการนักเรียนทั้งหมด

$$C_{20,5} \times C_{15,4} = \frac{20!}{15!5!} \times \frac{15!}{11!4!} = 21,162,960 \text{ วิธี}$$

4. 1) เนื่องจากในตะกร้ามีเงาะ 8 ผล ส้ม 4 ผล และมังคุด 2 ผล

ดังนั้น ตะกร้าใบนี้มีผลไม้รวมทั้งสิ้น 14 ผล

การหยิบผลไม้ 4 ผล จะต้องเลือกผลไม้ 4 ผล จากตะกร้าที่มีผลไม้ 14 ผล

ดังนั้น จะมีจำนวนวิธีในการเลือกหยิบผลไม้โดยที่ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

$$C_{14,4} = \frac{14!}{(14-4)!4!} = \frac{14!}{10!4!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{10! (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 1,001 \text{ วิธี}$$

- 2) เนื่องจากการหยิบผลไม้ 4 ผล โดยที่หยิบให้ได้เงาะทั้ง 4 ผล จะต้องเลือกหยิบ

เงาะ 4 ผล จากเงาะในตะกร้าทั้งหมด 8 ผล

ดังนั้น จะมีจำนวนวิธีในการเลือกหยิบได้เงาะทั้ง 4 ผล

$$C_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)!4!} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 70 \text{ วิธี}$$

- 3) เนื่องจากในตะกร้ามีเงาะ 8 ผล ส้ม 4 ผล และมังคุด 2 ผล

ดังนั้น ตะกร้าใบนี้มีผลไม้อื่น ๆ ที่ไม่ใช่ส้มรวมทั้งสิ้น 10 ผล

การหยิบผลไม้ 4 ผล โดยที่ไม่มีส้ม จะต้องเลือกผลไม้ 4 ผล จากตะกร้าที่มีผลไม้อื่น ๆ

ที่ไม่ใช่ส้ม 10 ผล

ดังนั้น จะมีจำนวนวิธีในการเลือกหยิบผลไม้ที่ไม่มีส้มเลย

$$C_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!4!} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! (4 \times 3 \times 2 \times 1)} = 210 \text{ วิธี}$$

5. จำนวนวิธีการหยิบลูกบอลสามารถทำได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกลูกบอลสีแดง 1 ลูก จากลูกบอลสีแดง 5 ลูก ทำได้ $C_{5,1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกลูกบอลสีขาว 1 ลูก จากลูกบอลสีขาว 3 ลูก ทำได้ $C_{3,1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกลูกบอลสีน้ำเงิน 1 ลูก จากลูกบอลสีน้ำเงิน 3 ลูก ทำได้ $C_{3,1}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีในการหยิบลูกบอล โดยที่ได้ลูกบอลครบทุกสี

$$\text{ทั้งหมด } C_{5,1} \times C_{3,1} \times C_{3,1} = \frac{5!}{4!1!} \times \frac{3!}{2!1!} \times \frac{3!}{2!1!} = 5 \times 3 \times 3 = 45 \text{ วิธี}$$

6. 1) การหยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดงและใบที่สองได้ไฟสีดำ สามารถทำได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกไฟสีแดง 1 ใบ จากไฟสีแดง 26 ใบ ทำได้ $C_{26,1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกไฟสีดำ 1 ใบ จากไฟสีดำ 26 ใบ ทำได้ $C_{26,1}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีที่หยิบไฟใบแรกได้ไฟสีแดงและใบที่สองได้ไฟสี

$$\text{ดำทั้งหมด } C_{26,1} \times C_{26,1} = \frac{26!}{25!1!} \times \frac{26!}{25!1!} = 26 \times 26 = 676 \text{ วิธี}$$

- 2) เนื่องจากไฟหนึ่งสำหรับมีไฟ K 4 ใบ ดังนั้นการหยิบได้ไฟ K ทั้งสองใบ สามารถทำได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกไฟ K 1 ใบ จากไฟ K 4 ใบ ทำได้ $C_{4,1}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกไฟ K 1 ใบ จากไฟ K 3 ใบที่เหลือจากขั้นตอนที่ 1
ทำได้ $C_{3,1}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีที่หยิบได้ไฟ K ทั้งสองใบทั้งหมด

$$C_{4,1} \times C_{3,1} = \frac{4!}{3!1!} \times \frac{3!}{2!1!} = 4 \times 3 = 12 \text{ วิธี}$$

- 3) เนื่องจากไฟหนึ่งสำหรับมีไฟ 2 โพล์ดำ 1 ใบ ดังนั้น การหยิบได้ไฟ 2 โพล์ดำ ทั้งสองใบ สามารถทำได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกไฟ 2 โพล์ดำใบที่หนึ่ง ได้ 1 วิธี จากไฟ 2 โพล์ดำ 1 ใบ

ขั้นตอนที่ 2 เลือกไฟ 2 โพล์ดำใบที่สอง ได้ 0 วิธี จากไฟ 2 โพล์ดำที่เหลือ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีที่หยิบได้ไฟ 2 โพล์ดำ ทั้งสองใบ ทั้งหมด

$$1 \times 0 = 0 \text{ วิธี}$$

นั่นคือ ไม่สามารถหยิบไฟ 2 โพล์ดำ ทั้งสองใบจากไฟหนึ่งสำหรับ โดยหยิบไฟทีละใบ และไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สองได้

แบบฝึกหัดท้ายบท

- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดขึ้น มีทั้งหมด 3 แบบ ได้แก่

แบบที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กว้าง 1 หน่วย และยาว 2 หน่วย มี 12 รูป

แบบที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีกว้าง 1 หน่วย และยาว 3 หน่วย มี 6 รูป

แบบที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กว้าง 2 หน่วย และยาว 3 หน่วย มี 4 รูป

จากหลักการบวก จะได้ว่า เกิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งหมด $12 + 6 + 4 = 22$ รูป

- เนื่องจากท่าข้ามสองฝั่งแม่น้ำมีเรือยนต์ข้ามฟากอยู่ 3 ลำ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกลงเรือยนต์ข้ามฟากในเที่ยวไป ได้ 3 วิธี จากเรือ 3 ลำ

ขั้นตอนที่ 2 เลือกลงเรือยนต์ข้ามฟากในเที่ยวกลับ ได้ 2 วิธี จากเรือที่ต่างจากเที่ยวไป

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีที่ผู้โดยสารคนนี้จะข้ามฟากโดยที่เที่ยวไปและเที่ยวกลับลงเรือไม่ซ้ำลำกันทั้งหมด $3 \times 2 = 6$ วิธี

- เนื่องจากสนามกีฬาแห่งหนึ่งกำหนดหมายเลขที่นั่งโดยใช้ตัวเลขแสดงโซนที่นั่งตั้งแต่ 1 ถึง 20 อักษรแสดงแถวที่นั่งใช้ A ถึง Z และตัวเลขแสดงตำแหน่งที่นั่งตั้งแต่ 1 ถึง 30 การหาจำนวนที่นั่งทั้งหมดสนามกีฬาแห่งนี้ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีโซนที่นั่งที่แตกต่างกัน 20 โซน จาก ตัวเลขตั้งแต่ 1 ถึง 20

ขั้นตอนที่ 2 มีแถวที่นั่งที่แตกต่างกัน 26 แถว จาก A ถึง Z

ขั้นตอนที่ 3 มีที่นั่งที่แตกต่างกัน 30 ที่นั่ง จากตัวเลขตั้งแต่ 1 ถึง 30

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า สนามกีฬาแห่งนี้มีที่นั่งทั้งหมด $20 \times 26 \times 30 = 15,600$ ที่นั่ง

- การสร้างคำที่ไม่คำนึงความหมาย ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 5 ตัว โดยที่ตัวอักษร 2 ตัว ที่ติดกันต้องแตกต่างกัน สามารถทำได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตัวที่ 1 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 26 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 ตัวที่ 2 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 25 วิธี จากตัวอักษรทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกับตัวที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 ตัวที่ 3 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 25 วิธี จากตัวอักษรทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกับตัวที่ 2

ขั้นตอนที่ 4 ตัวที่ 4 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 25 วิธี จากตัวอักษรทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกับตัวที่ 3

ขั้นตอนที่ 5 ตัวที่ 5 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 25 วิธี จากตัวอักษรทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกับตัวที่ 4

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีวิธีสร้างคำที่ไม่คำนึงความหมาย ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 5 ตัว โดยที่ตัวอักษร 2 ตัว ที่ติดกันต้องแตกต่างกันทั้งหมด

$$26 \times 25 \times 25 \times 25 \times 25 = 10,156,250 \text{ วิธี}$$

5. 1) รหัสประจำตัวพนักงานในบริษัทแห่งนี้ ที่มีเลขโดดซ้ำกันได้ ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว มีได้ 26 แบบ

ส่วนที่ 2 เลขโดด 3 ตัว ที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน มีได้ 999 แบบ

จาก 001 ถึง 999

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า รหัสประจำตัวพนักงานในบริษัทแห่งนี้ ที่มีเลขโดดซ้ำกันได้ มีทั้งหมด $26 \times 999 = 25,974$ รหัส

2) รหัสประจำตัวพนักงานในบริษัทแห่งนี้ ที่ไม่มีเลขโดดซ้ำกัน ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว มีได้ 26 แบบ

ส่วนที่ 2 เลขโดด 3 ตัว มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

หลักที่ 1

หลักที่ 2

หลักที่ 3

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 1 จากเลขโดด
0, 1, 2, 3, ..., 9 ได้ 10 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 2 จากเลขโดด
0, 1, 2, 3, ..., 9 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักที่ 1 ได้ 9 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเลขโดด 1 ตัว เป็นหลักที่ 3 จากเลขโดด
0, 1, 2, 3, ..., 9 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักที่ 1 และ
หลักที่ 2 ได้ 8 วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า รหัสประจำตัวพนักงานในบริษัทแห่งนี้ ที่ไม่มีเลขโดดซ้ำกัน
มีทั้งหมด $26 \times 10 \times 9 \times 8 = 18,720$ รหัส

6. เนื่องจากหมายเลขทะเบียนรถยนต์นั่งส่วนบุคคลในกรุงเทพมหานคร มีองค์ประกอบ
3 ส่วน ได้แก่

ส่วนที่ 1 เลขโดดที่ไม่ใช่ 0 มีได้ 9 ตัว ได้แก่ 1, 2, 3, ..., 9

ส่วนที่ 2 พยัญชนะ 2 ตัว ที่มีเงื่อนไขตามที่โจทย์กำหนด มีได้ $(35 \times 35) - 4$ แบบ

ส่วนที่ 3 จำนวนเต็มบวกที่ไม่เกิน 4 หลัก มีได้ 9,999 ตัว

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า หมายเลขทะเบียนรถยนต์นั่งส่วนบุคคลในกรุงเทพมหานคร
มีได้ไม่เกิน $9 \times [(35 \times 35) - 4] \times 9,999 = 109,879,011$ หมายเลข

7. สร้างจำนวนสามหลักที่มีมากกว่า 300 จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดยเลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน สามารถทำได้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1	หลักร้อย	เลือกเลขโดดได้ 3 วิธี	จากเลขโดด 3, 4, 5
ขั้นตอนที่ 2	หลักสิบ	เลือกเลขโดดได้ 5 วิธี	จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักร้อย
ขั้นตอนที่ 3	หลักหน่วย	เลือกเลขโดดได้ 4 วิธี	จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 ที่ไม่ซ้ำกับเลขโดดในหลักร้อย และหลักสิบ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จำนวนสามหลักที่มีมากกว่า 300 จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดยเลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันทั้งหมด $3 \times 4 \times 5 = 60$ จำนวน

8. วิธีที่นักเรียนจะทำข้อสอบประเภทให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ ซึ่งมี 10 ข้อ โดยจะต้องตอบคำถามทุกข้อ สามารถทำได้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1	ข้อที่ 1	เลือกตอบได้ 2 วิธี คือ จริงหรือเท็จ
ขั้นตอนที่ 2	ข้อที่ 2	เลือกตอบได้ 2 วิธี คือ จริงหรือเท็จ
ขั้นตอนที่ 3	ข้อที่ 3	เลือกตอบได้ 2 วิธี คือ จริงหรือเท็จ
⋮	⋮	⋮
ขั้นตอนที่ 10	ข้อที่ 10	เลือกตอบได้ 2 วิธี คือ จริงหรือเท็จ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีวิธีที่นักเรียนจะทำข้อสอบประเภทให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ ซึ่งมี 10 ข้อ โดยจะต้องตอบคำถามทุกข้อ ทั้งหมด

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1,024 \text{ วิธี}$$

9. เขียนตารางแสดงแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋านึงลูก สองครั้ง ได้ดังนี้

ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 1	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

1) **วิธีที่ 1** จากตาราง จะได้จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 7 เป็น 6 วิธี

วิธีที่ 2 **ขั้นตอนที่ 1** แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 1 มีได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เนื่องจากผลรวมของแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทะกั 7

จะได้ว่าแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 2 มีได้ 1 วิธี

จากหลักการคูณ จะได้จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 7 เป็น

$$6 \times 1 = 6 \text{ วิธี}$$

2) **วิธีที่ 1** จากตาราง จะได้จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มไม่เท่ากับ 7 เป็น 30 วิธี

วิธีที่ 2 เนื่องจากจำนวนวิธีที่แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋านึงลูก สองครั้ง

$$\text{ทำได้ } 6 \times 6 = 36 \text{ วิธี}$$

แต่จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทะกั 7 ทำได้ 6 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มไม่เท่ากับ 7 เป็น $36 - 6 = 30$ วิธี

วิธีที่ 3 **ขั้นตอนที่ 1** แต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 1 มีได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เนื่องจากผลรวมของแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าทะกั

ไม่เท่ากับ 7

จะได้ว่าแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าค้างที่ 2 มีได้ $6 - 1 = 5$ วิธี

จากหลักการคูณ จะได้จำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มไม่เท่ากับ 7 เป็น

$$6 \times 5 = 30 \text{ วิธี}$$

10. **วิธีที่ 1** จำนวนวิธีในการจัดเรียงหนังสือ 4 เล่ม จากหนังสือที่แตกต่างกัน 6 เล่ม เป็นแถวบนชั้น คือ

$$\begin{aligned} P_{6,4} &= \frac{6!}{(6-4)!} \\ &= \frac{6!}{2!} \\ &= 360 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดเรียงหนังสือ เท่ากับ 360 วิธี

- วิธีที่ 2** เนื่องจากการจัดหนังสือ 4 เล่ม จากหนังสือที่แตกต่างกัน 6 เล่ม เป็นแถวบนชั้น ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตำแหน่งที่ 1 เลือกหนังสือได้ 6 วิธี จากหนังสือทั้งหมด 6 เล่ม

ขั้นตอนที่ 2 ตำแหน่งที่ 2 เลือกหนังสือได้ 5 วิธี จากหนังสือที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 3 ตำแหน่งที่ 3 เลือกหนังสือได้ 4 วิธี จากหนังสือที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 4 ตำแหน่งที่ 4 เลือกหนังสือได้ 3 วิธี จากหนังสือที่เหลือ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า จำนวนวิธีในการจัดเรียงหนังสือ เท่ากับ

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{ วิธี}$$

11. **วิธีที่ 1** จำนวนวิธีในการเลือกคณะกรรมการชุดนี้ ซึ่งมี 4 ตำแหน่ง คือ นายกสมาคม อุปนายกสมาคม เลขานุการ และเหรัญญิก ทำได้

$$P_{50,4} = \frac{50!}{(50-4)!} = 5,527,200 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น มีวิธีในเลือกคณะกรรมการได้ 5,527,200 วิธี

วิธีที่ 2 เนื่องจากคณะกรรมการชุดนี้มี 4 ตำแหน่ง คือ นายกสมาคม อุปนายกสมาคม เลขานุการ และเหรัญญิก การเลือกคณะกรรมการชุดนี้จากผู้สมัคร 50 คน ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตำแหน่งนายกสมาคม เลือกได้ 50 วิธี จากผู้สมัคร 50 คน

ขั้นตอนที่ 2 ตำแหน่งอุปนายกสมาคม เลือกได้ 49 วิธี จากผู้สมัครที่เหลือ 49 คน

ขั้นตอนที่ 3 ตำแหน่งเลขานุการ เลือกได้ 48 วิธี จากผู้สมัครที่เหลือ 48 คน

ขั้นตอนที่ 4 ตำแหน่งเหรัญญิก เลือกได้ 47 วิธี จากผู้สมัครที่เหลือ 47 คน

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีวิธีเลือกคณะกรรมการได้

$$50 \times 49 \times 48 \times 47 = 5,527,200 \text{ วิธี}$$

12. จะมีส่วนของเส้นตรงที่เกิดจากการเชื่อมจุด 2 จุด จากจุด 10 จุด บนเส้นรอบวงของ

วงกลมวงหนึ่ง ทั้งหมด $C_{10,2} = \frac{10!}{8!2!} = 45$ เส้น

13. **วิธีที่ 1** การจัดคน 5 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป โดยแต่ละครั้งที่ถ่ายรูปจะมีอย่างน้อย 3 คน สามารถทำได้ 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีคน 3 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป จะได้ภาพที่แตกต่างกัน $P_{5,3}$ ภาพ

กรณีที่ 2 มีคน 4 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป จะได้ภาพที่แตกต่างกัน $P_{5,4}$ ภาพ

กรณีที่ 3 มีคน 5 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป จะได้ภาพที่แตกต่างกัน $P_{5,5}$ ภาพ

จากหลักการบวก จึงได้ว่า มีภาพที่แตกต่างกันทั้งหมดจากการจัดคน 5 คน

ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป โดยแต่ละครั้งที่ถ่ายรูปจะมีอย่างน้อย 3 คน เท่ากับ

$$P_{5,3} + P_{5,4} + P_{5,5} = \frac{5!}{(5-3)!} + \frac{5!}{(5-4)!} + \frac{5!}{(5-5)!} = 60 + 120 + 120 = 300 \text{ ภาพ}$$

วิธีที่ 2 การจัดคน 5 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป โดยแต่ละครั้งที่ถ่ายรูปจะมีอย่างน้อย 3 คน สามารถทำได้ 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีคน 3 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกคนที่หนึ่ง ได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกคนที่สอง ได้ 4 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 3 เลือกคนที่สาม ได้ 3 วิธี จากคนที่เหลือ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีภาพที่แตกต่างกันจากการถ่ายรูปคน

3 คน ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 = 60$ ภาพ

กรณีที่ 2 มีคน 4 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกคนที่หนึ่ง ได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกคนที่สอง ได้ 4 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 3 เลือกคนที่สาม ได้ 3 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 4 เลือกคนที่สี่ ได้ 2 วิธี จากคนที่เหลือ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีภาพที่แตกต่างกันจากการถ่ายรูปคน

4 คน ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ ภาพ

กรณีที่ 3 มีคน 5 คน ยืนเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกคนที่หนึ่ง ได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกคนที่สอง ได้ 4 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 3 เลือกคนที่สาม ได้ 3 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 4 เลือกคนที่สี่ ได้ 2 วิธี จากคนที่เหลือ

ขั้นตอนที่ 5 เลือกคนที่ห้า ได้ 1 วิธี จากคนที่เหลือ

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีภาพที่แตกต่างกันจากการถ่ายรูปคน

5 คน ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ ภาพ

จากหลักการบวก จึงได้ว่า มีภาพที่แตกต่างกันทั้งหมดจากการจัดคน 5 คน

ยื่นเป็นแถวเพื่อถ่ายรูป โดยแต่ละครั้งที่ถ่ายรูปจะมีอย่างน้อย 3 คน เท่ากับ

$$60 + 120 + 120 = 300 \text{ ภาพ}$$

14. จำนวนวิธีในการจัดคนที่มาสมัครเข้าทำงานในที่ทำงานแห่งนี้ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกตำแหน่งสำหรับผู้ชาย 3 ตำแหน่ง จากผู้สมัครเข้าทำงานเป็นผู้ชาย 6 คน ได้ $P_{6,3}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกตำแหน่งสำหรับผู้หญิง 2 ตำแหน่ง จากผู้สมัครเข้าทำงานเป็นผู้หญิง 5 คน ได้ $P_{5,2}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีจัดคนที่มาสมัครเข้าทำงานได้ทั้งหมด

$$P_{6,3} \times P_{5,2} = \frac{6!}{(6-3)!} \times \frac{5!}{(5-2)!} = 120 \times 20 = 2,400 \text{ วิธี}$$

15. 1) ชมรมเล่นหมากรุกมีสมาชิกที่เป็นชาย 6 คน และหญิง 4 คน

นั่นคือ ชมรมนี้มีสมาชิกทั้งหมด 10 คน

เนื่องจากการจับคู่เล่นหมากรุกจะต้องเลือกคน 2 คน จากสมาชิกของชมรม 10 คน

ดังนั้น จะมีจำนวนวิธีในการจับคู่เล่นหมากรุกโดยที่ไม่มีเงื่อนไข

$$C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! 2!} = 45 \text{ วิธี}$$

- 2) การจับคู่เล่นหมากรุกโดยที่เพศตรงข้ามกันห้ามจับคู่กัน สามารถเกิดขึ้นได้

2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ผู้เล่นเป็นผู้ชายทั้งคู่

ดังนั้น การจับคู่เล่นหมากรุกจะต้องเลือกคน 2 คน จากสมาชิกของชมรมที่

เป็นผู้ชาย 6 คน จะมีจำนวนวิธีในการจับคู่ได้ $C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! 2!} = 15 \text{ วิธี}$

กรณีที่ 2 ผู้เล่นเป็นผู้หญิงทั้งคู่

ดังนั้น การจับคู่เล่นหมากรุกจะต้องเลือกคน 2 คน จากสมาชิกของชมรมที่เป็นผู้หญิง 4 คน จะมีจำนวนวิธีในการจับคู่ได้

$$C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6 \text{ วิธี}$$

จากหลักการบวก จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีในการจับคู่เล่นหมากรุกโดยที่

เพศตรงข้ามกันห้ามจับคู่กัน $15 + 6 = 21$ วิธี

16. การเลือกกรรมการชุดนี้ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกนักเรียนชาย 2 คน จาก 20 คน ทำได้ $C_{20,2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกนักเรียนหญิง 2 คน จาก 25 คน ทำได้ $C_{25,2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกครู 1 คน จาก 7 คนทำได้ $C_{7,1}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีจำนวนวิธีในการเลือกกรรมการทั้งหมด

$$C_{20,2} \times C_{25,2} \times C_{7,1} = \frac{20!}{18!2!} \times \frac{25!}{23!2!} \times \frac{7!}{6!1!} = 399,000 \text{ วิธี}$$

17. การเลือกกรรมการ 3 คน จากคน 9 คน ซึ่งเป็นผู้ชาย 4 คน และผู้หญิง 5 คน

โดยต้องมีผู้ชายอย่างน้อย 2 คน สามารถทำได้ 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีผู้ชาย 2 คน เป็นกรรมการ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกผู้ชาย 2 คน จาก 4 คน ทำได้ $C_{4,2}$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกผู้หญิง 1 คน จาก 5 คน ทำได้ $C_{5,1}$ วิธี

จากหลักการคูณ จึงได้ว่า มีวิธีเลือกกรรมการ 3 คน โดยมีผู้ชาย 2 คน

ทำได้ $C_{4,2} \times C_{5,1}$ วิธี

กรณีที่ 2 มีกรรมการเป็นผู้ชายทั้งสามคน ทำได้ $C_{4,3}$ วิธี

จากหลักการบวก จึงได้ว่า มีวิธีในการเลือกกรรมการชุดนี้

$$(C_{4,2} \times C_{5,1}) + C_{4,3} = \left(\frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{1!4!} \right) + \frac{4!}{1!3!} = 30 + 4 = 34 \text{ วิธี}$$

บทที่ 4 ความน่าจะเป็น

แบบฝึกหัด 4.1

1. ให้ S_1, S_2, S_3, S_4 และ S_5 เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มในข้อ 1), 2), 3), 4) และ 5) ตามลำดับ
 - 1) เนื่องจากในการหยิบลูกอม 1 เม็ด จากถุงที่กำหนดให้ จะหยิบได้ลูกอมรสส้ม รสอู่น รสมะนาว หรือรสกาแฟ
ดังนั้น $S_1 = \{\text{รสส้ม, รสอู่น, รสมะนาว, รสกาแฟ}\}$
 - 2) เนื่องจากในการทำข้อสอบแบบถูกผิด 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน คะแนนสอบที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2, 3, ..., 10
ดังนั้น $S_2 = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$
 - 3) เนื่องจากในการแข่งขันวอลเลย์บอลแต่ละครั้ง ผลการแข่งขันที่อาจเป็นได้ คือ ชนะ หรือ แพ้
ให้ผลการแข่งขันที่ชนะแทนด้วย “ช” และผลการแข่งขันที่แพ้แทนด้วย “พ”
จะได้ ผลลัพธ์ของการแข่งขันของทีมวอลเลย์บอลหญิงไทย 2 นัด ที่อาจเป็นได้ คือ ชช, ชพ, พช หรือ พพ
ดังนั้น $S_3 = \{\text{ชช, ชพ, พช, พพ}\}$
 - 4) เนื่องจากการทอดลูกเต๋านึงลูกหนึ่งครั้ง ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น คือ แต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6
จะได้ ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าที่อาจเกิดขึ้นในการทอดลูกเต๋าสามลูกหนึ่งครั้ง คือ 3, 4, 5, ..., 18

ดังนั้น $S_4 = \{3, 4, 5, \dots, 18\}$

- 5) เนื่องจากในการขายพัดลม 5 เครื่อง จำนวนพัดลมที่ขายได้อาจเป็น 0, 1, 2, 3, 4 หรือ 5 เครื่อง

ดังนั้น $S_5 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

2. ให้ H แทนเหรียญขึ้นหัว

T แทนเหรียญขึ้นก้อย

จะได้ ผลลัพธ์ที่ได้จากการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสองครั้งที่เป็นไปได้ คือ HH, HT, TH, TT

- 1) ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่ม

จะได้ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

- 2) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวทั้งสองครั้ง

จะได้ $E_1 = \{HH\}$

- 3) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหน้าต่างกัน

จะได้ $E_2 = \{HT, TH\}$

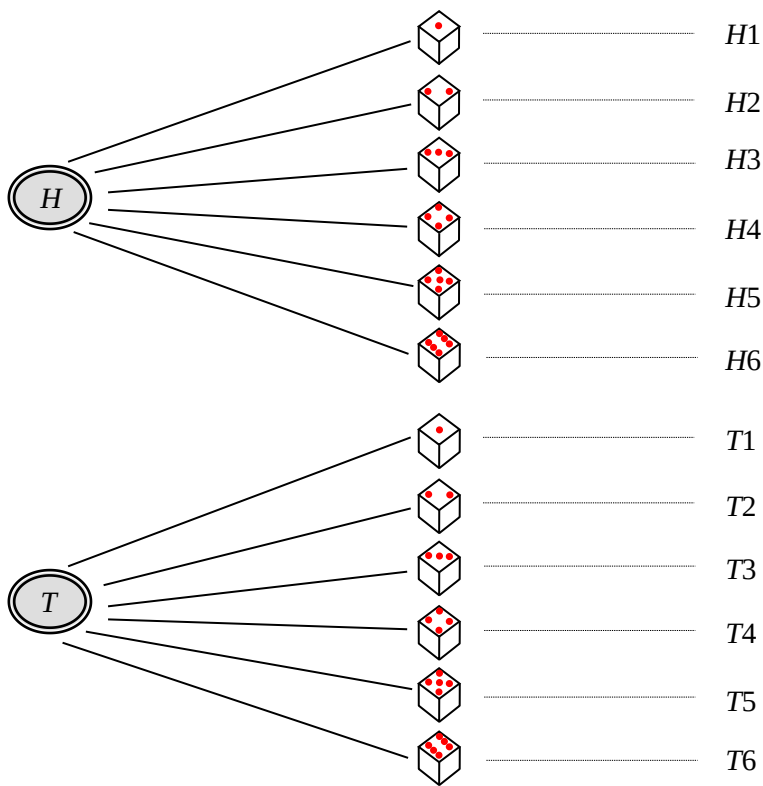
3. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

H แทนเหรียญขึ้นหัว

T แทนเหรียญขึ้นก้อย

ให้เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 แทนลูกเต๋ารับหน้า 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ

สามารถเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มได้ดังนี้



โดยที่สัญลักษณ์ H_i หมายถึง เหรียญขึ้นหัวและลูกเต๋ารับหน้า i

และสัญลักษณ์ T_i หมายถึง เหรียญขึ้นก้อยและลูกเต๋ารับหน้า i

เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- 1) ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋ารับหน้าเป็นจำนวนคี่
จะได้ $E_1 = \{T1, T3, T5\}$
- 2) ให้ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวและแต้มบนหน้าลูกเต๋ารับหน้าเป็นจำนวนคู่
จะได้ $E_2 = \{H2, H4, H6\}$
- 3) ให้ E_3 เป็นเหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋ารับหน้าเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว
จะได้ $E_3 = \{H3, H6, T3, T6\}$

- 4) ให้ E_4 เป็นเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นก้อยและแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ลงตัว
เนื่องจากไม่มีแต้มใดบนหน้าลูกเต๋าที่เป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ลงตัว
จะได้ $E_4 = \emptyset$
- 5) ให้ E_5 เป็นเหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ไม่ลงตัว
เนื่องจากแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ไม่ลงตัว
จะได้ $E_5 = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$
นั่นคือ $E_5 = S$

แบบฝึกหัด 4.2

- ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้
จะได้ $n(S) = 30$
 - ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่จับสลากได้เป็นชื่อของนักเรียนชาย
จะมีวิธีเลือกนักเรียนชาย 1 คน จากนักเรียนชาย 18 คน ได้ 18 วิธี
นั่นคือ $n(E_1) = 18$
จะได้ $P(E_1) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จับสลากชื่อของนักเรียนหนึ่งคนได้เป็นชื่อของนักเรียนชาย เท่ากับ $\frac{3}{5}$
 - ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่จับสลากได้เป็นชื่อของนักเรียนหญิง
จะมีวิธีเลือกนักเรียนหญิง 1 คน จากนักเรียนหญิง 12 คน ได้ 12 วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 12$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จับสลากชื่อของนักเรียนหนึ่งคนได้เป็น

$$\text{ชื่อของนักเรียนหญิง เท่ากับ } \frac{2}{5}$$

2. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 6$$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะ

เนื่องจากเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะมี 3 อัน คือเบี้ยหมายเลข 3, 7 และ 11

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะได้ 3 วิธี นั่นคือ $n(E_1) = 3$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

เนื่องจากเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัวมี 2 อัน คือเบี้ย

หมายเลข 3 และ 9

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัวได้ 2 วิธี

$$\text{นั่นคือ } n(E_2) = 2$$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

$$\text{เท่ากับ } \frac{1}{3}$$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว

เนื่องจากไม่มีเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัวได้ 0 วิธี

นั่นคือ $n(E_3) = 0$

จะได้ $P(E_3) = \frac{0}{6} = 0$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว เท่ากับ 0

- 4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

เนื่องจากเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์มี 2 อัน คือ

เบี้ยหมายเลข 4 และ 9

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ 2 วิธี

นั่นคือ $n(E_4) = 2$

จะได้ $P(E_4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เบี้ยที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

เท่ากับ $\frac{1}{3}$

3. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = 100$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเต็มบวกได้ 100 วิธี

นั่นคือ $n(E_1) = 100$

จะได้ $P(E_1) = \frac{100}{100} = 1$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนเต็มบวก เท่ากับ 1

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่

เนื่องจากเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่มี 50 เหรียญ ได้แก่ เหรียญหมายเลข

2, 4, 6, ..., 100

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ได้ 50 วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 50$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว

เนื่องจากเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัวมี 20 เหรียญ ได้แก่

เหรียญหมายเลข 5, 10, 15, ..., 100

จะมีวิธีหยิบเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว ได้ 20 วิธี

นั่นคือ $n(E_3) = 20$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว

เท่ากับ $\frac{1}{5}$

- 4) **วิธีที่ 1** ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่

หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

จากข้อ 3) มีเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว 20 เหรียญ

ดังนั้น มีเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว 80 เหรียญ

จะมีวิธีหยิบเหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว ได้ 80 วิธี

นั่นคือ $n(E_4) = 80$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่

หารด้วย 5 ไม่ลงตัว เท่ากับ $\frac{4}{5}$

วิธีที่ 2 ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่

หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

เนื่องจาก ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่

หารด้วย 5 ลงตัว เท่ากับ $\frac{1}{5}$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญที่มีหมายเลขเป็นจำนวนที่

หารด้วย 5 ไม่ลงตัว เท่ากับ $\frac{4}{5}$

4. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 20$$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกปิงปองสีแดง

เนื่องจากมีลูกปิงปองสีแดงอยู่ 15 ลูก

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบลูกปิงปองสีแดงได้ 15 วิธี

$$\text{นั่นคือ } n(E_1) = 15$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีแดง เท่ากับ $\frac{3}{4}$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่หยิบไม่ได้ลูกปิงปองสีแดง

เนื่องจากมีลูกปิงปองสีอื่นที่ไม่ใช่สีแดงอยู่ 19 ลูก

ดังนั้น จะมีวิธีหยิบไม่ได้ลูกปิงปองสีดำ 19 วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 19$

จะได้ $P(E_2) = \frac{19}{20}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ได้ลูกปิงปองสีดำ เท่ากับ $\frac{19}{20}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกปิงปองสีดำหรือสีขาว

กรณีที่ 1 หยิบได้ลูกปิงปองสีดำ

เนื่องจากมีลูกปิงปองสีดำอยู่ 1 ลูก จะมีวิธีหยิบลูกปิงปองสีดำได้ 1 วิธี

กรณีที่ 2 หยิบได้ลูกปิงปองสีขาว

เนื่องจากมีลูกปิงปองสีขาวอยู่ 1 ลูก จะมีวิธีหยิบลูกปิงปองสีขาวได้ 1 วิธี

โดยหลักการบวก จะมีวิธีหยิบได้ลูกปิงปองสีดำหรือสีขาว $1 + 1 = 2$ วิธี

นั่นคือ $n(E_3) = 2$

จะได้ $P(E_3) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีดำหรือสีขาว เท่ากับ $\frac{1}{10}$

5. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{5,2} = 10$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะได้หลอดดี 1 หลอด และหลอดเสีย 1 หลอด

ขั้นที่ 1 หยิบหลอดไฟดี 1 หลอด จากหลอดดีทั้งหมด 3 หลอด จะได้ 3 วิธี

ขั้นที่ 2 หยิบหลอดไฟเสีย 1 หลอด จากหลอดเสียทั้งหมด 2 หลอด จะได้ 2 วิธี

ดังนั้น $n(E) = 3 \times 2 = 6$

จะได้ $P(E) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดดี 1 หลอด และหลอดเสีย 1 หลอด เท่ากับ $\frac{3}{5}$

6. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{4,2} = 6$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน

กรณีที่ 1 หยิบได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีขา มีได้ 1 วิธี

กรณีที่ 2 หยิบได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีดำ มีได้ 1 วิธี

นั่นคือ $n(E) = 1 + 1 = 2$

จะได้ $P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่เป็นสีเดียวกัน เท่ากับ $\frac{1}{3}$

7. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = 6 \times 6 = 36$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่

วิธีที่ 1 ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง ผลคูณของแต้มที่ได้จะเป็นจำนวนคู่เป็นได้ 3 กรณี

กรณีที่ 1 ทอดลูกเต๋าทิ้งสองลูกได้แต้มเป็นจำนวนคู่

จำนวนคู่	จำนวนคู่
ลูกที่ 1	ลูกที่ 2

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 1 เป็นได้ 3 วิธี คือ 2, 4 หรือ 6

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 2 เป็นได้ 3 วิธี คือ 2, 4 หรือ 6

จะมีจำนวนวิธีที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่ $3 \times 3 = 9$ วิธี

กรณีที่ 2 ทอดลูกเต๋าลูกที่ 1 ได้แต้มเป็นจำนวนคู่เพียงลูกเดียว

จำนวนคู่	จำนวนคี่
ลูกที่ 1	ลูกที่ 2

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 1 เป็นได้ 3 วิธี คือ 2, 4 หรือ 6

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 2 เป็นได้ 3 วิธี คือ 1, 3 หรือ 5

จะมีจำนวนวิธีที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่ $3 \times 3 = 9$ วิธี

กรณีที่ 3 ทอดลูกเต๋าลูกที่ 2 ได้แต้มเป็นจำนวนคู่เพียงลูกเดียว

จำนวนคี่	จำนวนคู่
ลูกที่ 1	ลูกที่ 2

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 1 เป็นได้ 3 วิธี คือ 1, 3 หรือ 5

แต้มที่ได้ในการทอดลูกเต๋าลูกที่ 2 เป็นได้ 3 วิธี คือ 2, 4 หรือ 6

จะมีจำนวนวิธีที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่ $3 \times 3 = 9$ วิธี

โดยหลักการบวก จะมีวิธีทอดลูกเต๋าคู่ที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่

$$9 + 9 + 9 = 27 \text{ วิธี}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 27$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{3}{4}$

วิธีที่ 2 ในการทอดลูกเต๋าคู่ที่เที่ยงตรงสองลูกหนึ่งครั้ง ผลคูณของแต้มที่ได้จะเป็น

จำนวนคี่เมื่อแต้มที่ได้จากการทอดลูกเต๋าคู่ทั้งสองลูกเป็นจำนวนคี่

จะได้จำนวนวิธีที่ได้ผลคูณของแต้มเป็นจำนวนคี่ $C_{3,1} \times C_{3,1} = 3 \times 3 = 9$ วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีที่ได้ผลคูณของแต้มเป็นจำนวนคู่ $36 - 9 = 27$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 27$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{3}{4}$

8. 1) ให้ S_1 แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S_1) = C_{4,2} = 6$$

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก

$$\text{นั่นคือ } n(E_1) = C_{2,1} \times C_{2,1} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก เมื่อหยิบ

ลูกบอลสองลูกพร้อมกัน เท่ากับ $\frac{2}{3}$

- 2) ให้ S_2 แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S_2) = C_{4,1} \times C_{3,1} = 12$$

ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก

กรณีที่ 1 หยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกที่สองได้สีเขียว $C_{2,1} = 2$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง และลูกบอลลูกที่สองได้

สีเขียว $2 \times 2 = 4$ วิธี

กรณีที่ 2 หยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว $C_{2,1} = 2$ วิธี

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกที่สองได้สีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว และลูกบอลลูกที่สองได้สีแดง $2 \times 2 = 4$ วิธี

โดยหลักการบวก จะได้จำนวนวิธีหยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก

อยู่ $4 + 4 = 8$ วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 8$

จะได้ $P(E_2) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก เมื่อหยิบ

ลูกบอลทีละลูกโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบลูกบอลลูกที่สอง เท่ากับ $\frac{2}{3}$

3) ให้ S_3 แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S_3) = C_{4,1} \times C_{4,1} = 4 \times 4 = 16$

ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก

กรณีที่ 1 หยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกที่สองได้สีเขียว $C_{2,1} = 2$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีแดง และลูกบอลลูกที่สองได้

สีเขียว $2 \times 2 = 4$ วิธี

กรณีที่ 2 หยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว $C_{2,1} = 2$ วิธี

มีวิธีหยิบลูกบอลลูกที่สองได้สีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

ดังนั้น มีวิธีหยิบลูกบอลลูกแรกได้สีเขียว และลูกบอลลูกที่สองได้

สีแดง $2 \times 2 = 4$ วิธี

โดยหลักการบวก จะได้จำนวนวิธีหยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก

อยู่ $4 + 4 = 8$ วิธี

นั่นคือ $n(E_3) = 8$

จะได้ $P(E_3) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงและสีเขียวอย่างละ 1 ลูก เมื่อหยิบ

ลูกบอลทีละลูกโดยใส่คืนก่อนจะหยิบลูกบอลลูกที่สอง เท่ากับ $\frac{1}{2}$

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ให้ H แทนเหรียญขึ้นหัว

T แทนเหรียญขึ้นก้อย

1) ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญสามครั้ง คือ HHH ,

$HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH$ และ TTT

ดังนั้น $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวเพียงหนึ่งครั้ง

เนื่องจากเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวเพียงหนึ่งครั้ง ได้แก่ HTT, THT และ TTH

ดังนั้น $E_1 = \{HTT, THT, TTH\}$

- 3) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวสามครั้ง
 เนื่องจากเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวสามครั้ง คือ HHH
 ดังนั้น $E_2 = \{HHH\}$
- 4) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อยหนึ่งครั้ง
 เนื่องจากเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อยหนึ่งครั้ง ได้แก่ $HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT$ และ TTH
 ดังนั้น $E_3 = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH\}$
- 5) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ขึ้นหัวเลย
 เนื่องจากเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ขึ้นหัวเลย คือ TTT
 ดังนั้น $E_4 = \{TTT\}$
2. ให้ R แทนลูกบอลสีแดง
 W แทนลูกบอลสีขาว
 G แทนลูกบอลสีเขียว
- 1) ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้
 เนื่องจากผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหยิบลูกบอลทีละลูกแล้วใส่คืนก่อนหยิบลูกบอลลูกที่สอง จากกล่องที่บรรจุลูกบอลสีแดง 1 ลูก สีขาว 1 ลูก และสีเขียว 1 ลูก คือ $RR, RW, RG, WR, WW, WG, GR, GW$ และ GG
 ดังนั้น $S = \{RR, RW, RG, WR, WW, WG, GR, GW, GG\}$
- 2) ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีขาวและสีแดงอย่างละหนึ่งลูก
 เนื่องจากเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีขาวและสีแดงอย่างละ 1 ลูก ได้แก่ RW และ WR
 ดังนั้น $E = \{RW, WR\}$

3. ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่ม

จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าทั้งหมด $212 + 389 + 124 + 105 + 170 = 1000$ ใบ

จะได้ $n(S) = 1000$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคเหนือ

จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคเหนือ 212 ใบ นั่นคือ $n(E_1) = 212$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{212}{1000} = \frac{53}{250}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคเหนือ

$$\text{เท่ากับ } \frac{53}{250}$$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคกลาง

จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคกลาง 389 ใบ นั่นคือ $n(E_2) = 389$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{389}{1000}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคกลาง

$$\text{เท่ากับ } \frac{389}{1000}$$

3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคตะวันออก

จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคตะวันออก 124 ใบ นั่นคือ $n(E_3) = 124$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{124}{1000} = \frac{31}{250}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคตะวันออก

$$\text{เท่ากับ } \frac{31}{250}$$

4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาค

ตะวันออกเฉียงเหนือ

จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคตะวันออกเฉียงเหนือ 105 ใบ

นั่นคือ $n(E_4) = 105$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = \frac{105}{1000} = \frac{21}{200}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาค

ตะวันออกเฉียงเหนือเท่ากับ $\frac{21}{200}$

- 5) ให้ E_5 แทนเหตุการณ์ที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคใต้
จากตาราง มีใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคใต้ 170 ใบ นั่นคือ $n(E_5) = 170$

$$\text{จะได้ } P(E_5) = \frac{170}{1000} = \frac{17}{100}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ใบสั่งซื้อสินค้าที่สุ่มมาจะเป็นใบสั่งซื้อสินค้าจากภาคใต้

เท่ากับ $\frac{17}{100}$

4. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = 100$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 7

จากตาราง มีนักเรียนที่สวมรองเท้าเบอร์ 7 อยู่ 35 คน นั่นคือ $n(E_1) = 35$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 7 เท่ากับ $\frac{7}{20}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเล็กกว่าเบอร์ 8

จากตาราง มีนักเรียนที่สวมรองเท้าขนาดเล็กกว่าเบอร์ 8 อยู่ $3 + 12 + 35 = 50$ คน

นั่นคือ $n(E_2) = 50$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเล็กกว่าเบอร์ 8 เท่ากับ $\frac{1}{2}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 8 หรือ 9

จากตาราง มีนักเรียนที่สวมรองเท้าขนาดเบอร์ 8 หรือ 9 อยู่ $27 + 16 = 43$ คน

นั่นคือ $n(E_3) = 43$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{43}{100}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 8 หรือ 9 เท่ากับ $\frac{43}{100}$

- 4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 5 หรือ 10

จากตาราง มีนักเรียนที่สวมรองเท้าขนาดเบอร์ 5 หรือ 10 อยู่ $3 + 7 = 10$ คน

นั่นคือ $n(E_4) = 10$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าเบอร์ 5 หรือ 10 เท่ากับ $\frac{1}{10}$

- 5) ให้ E_5 แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าใหญ่กว่าเบอร์ 10

จากตาราง ไม่มีนักเรียนที่สวมรองเท้าใหญ่กว่าเบอร์ 10

นั่นคือ $n(E_5) = 0$

$$\text{จะได้ } P(E_5) = 0$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสวมรองเท้าใหญ่กว่าเบอร์ 10 เท่ากับ 0

5. ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่ม

จากตาราง มีจำนวนพนักงานขายทั้งหมด $30 + 50 + 80 + 70 + 20 = 250$ คน

$$\text{จะได้ } n(S) = 250$$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานคนหนึ่งจะขายสินค้าได้ตั้งแต่ 10,000 ถึง 19,999 บาท
 จากตาราง จำนวนพนักงานขายที่ขายสินค้าได้ตั้งแต่ 10,000 ถึง 19,999 บาท เท่ากับ 50 คน
 นั่นคือ $n(E_1) = 50$
 จะได้ $P(E_1) = \frac{50}{250} = \frac{1}{5}$
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานขายคนหนึ่งจะขายสินค้าได้ตั้งแต่ 10,000 ถึง 19,999 บาท เท่ากับ $\frac{1}{5}$
- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานคนหนึ่งจะขายสินค้าได้น้อยกว่า 20,000 บาท
 จากตาราง จำนวนพนักงานขายที่ขายสินค้าได้น้อยกว่า 20,000 บาท เท่ากับ $30 + 50 = 80$ คน
 นั่นคือ $n(E_2) = 80$
 จะได้ $P(E_2) = \frac{80}{250} = \frac{8}{25}$
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานขายคนหนึ่งจะขายสินค้าได้น้อยกว่า 20,000 บาท เท่ากับ $\frac{8}{25}$
- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานคนหนึ่งจะขายสินค้าได้ต่ำกว่า 10,000 บาท หรืออย่างน้อย 40,000 บาท
 จากตาราง จำนวนพนักงานขายที่ขายสินค้าได้ต่ำกว่า 10,000 บาท เท่ากับ 30 คน และจำนวนพนักงานที่ขายสินค้าได้อย่างน้อย 40,000 บาท เท่ากับ 20 คน
 จะได้ว่า จำนวนพนักงานที่ขายสินค้าได้ต่ำกว่า 10,000 บาท หรืออย่างน้อย 40,000 บาท เท่ากับ $30 + 20 = 50$ คน

นั่นคือ $n(E_3) = 50$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{50}{250} = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานขายคนหนึ่งจะขายสินค้าได้ต่ำกว่า 10,000 บาท

หรืออย่างน้อย 40,000 บาท เท่ากับ $\frac{1}{5}$

6. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = 10$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็น 1

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็น 1 อยู่ 1 ช่อง นั่นคือ $n(E_1) = 1$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{1}{10}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็น 1 เท่ากับ $\frac{1}{10}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็น 6

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็น 6 อยู่ 2 ช่อง นั่นคือ $n(E_2) = 2$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็น 6 เท่ากับ $\frac{1}{5}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคู่

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคู่ คือ 2, 4 หรือ 6 อยู่ทั้งหมด 6 ช่อง

นั่นคือ $n(E_3) = 6$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{3}{5}$

- 4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคี่

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคี่ คือ 1, 3, 5 หรือ 7 อยู่ทั้งหมด 4 ช่อง

นั่นคือ $n(E_4) = 4$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนคี่ เท่ากับ $\frac{2}{5}$

- 5) ให้ E_5 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนเฉพาะ

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนเฉพาะ คือ 2, 3, 5 หรือ 7 อยู่ทั้งหมด 5 ช่อง

นั่นคือ $n(E_5) = 5$

$$\text{จะได้ } P(E_5) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนเฉพาะ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

- 6) ให้ E_6 แทนเหตุการณ์ที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 8

จากรูปมีช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 8 คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 หรือ 7

อยู่ทั้งหมด 10 ช่อง

นั่นคือ $n(E_6) = 10$

$$\text{จะได้ } P(E_6) = \frac{10}{10} = 1$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ลูกศรจะชี้ที่ช่องที่มีเลขโดดเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 8 เท่ากับ 1

7. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองนี้

เนื่องจากใน 1 ปี มี 365 วัน

ดังนั้นวันเกิดที่เป็นไปได้ของคนหนึ่งคนมีได้ 365 วิธี

จะได้ว่าวันเกิดที่เป็นไปได้ของคน 2 คน มีได้ 365×365 วิธี

นั่นคือ $n(S) = 365 \times 365$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่คน 2 คน เกิดในวันที่และเดือนเดียวกัน

ขั้นที่ 1 วันเกิดของคนที่ 1 มีได้ 365 วิธี

ขั้นที่ 2 เนื่องจากทั้งสองคนเกิดในวันที่และเดือนเดียวกัน

นั่นคือวันเกิดของคนที่ 2 มีได้ 1 วิธี

โดยหลักการคูณ เหตุการณ์ที่คน 2 คน จะเกิดในวันและเดือนเดียวกัน มีได้ $365 \times 1 = 365$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 365$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{365}{365 \times 365} = \frac{1}{365}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่คน 2 คน จะเกิดในวันที่และเดือนเดียวกัน เท่ากับ $\frac{1}{365}$

8. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

E แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวในการโยนเหรียญครั้งแรก

นั่นคือ $n(S) = 2^5 = 32$

เนื่องจากจำนวนวิธีที่เหรียญขึ้นหัวในการโยนเหรียญครั้งแรก ในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ

ห้าครั้งมี $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 16$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เหรียญแรกขึ้นหัว ในการโยนเหรียญครั้งแรก เท่ากับ $\frac{1}{2}$

9. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

เนื่องจากบุตรแต่ละคนเป็นเพศชายหรือเพศหญิง

จะได้ $n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่บุตรทั้งสามเป็นผู้หญิง

ขั้นที่ 1 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 1 เป็นผู้หญิง มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 2 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 2 เป็นผู้หญิง มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 3 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 3 เป็นผู้หญิง มีได้ 1 วิธี

โดยหลักการคูณ เหตุการณ์ที่บุตรทั้งสามเป็นผู้หญิง มีได้ $1 \times 1 \times 1 = 1$ วิธี

นั่นคือ $n(E_1) = 1$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{1}{8}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่บุตรทั้งสามเป็นผู้หญิง เท่ากับ $\frac{1}{8}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่มีบุตรชายอย่างน้อย 3 คน

เนื่องจากครอบครัวนี้มีบุตร 3 คน

ดังนั้น เหตุการณ์ที่มีบุตรชายอย่างน้อย 3 คน คือเหตุการณ์ที่บุตรทั้งสามคนเป็นผู้ชาย

ขั้นที่ 1 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 1 เป็นผู้ชาย มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 2 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 2 เป็นผู้ชาย มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 3 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 3 เป็นผู้ชาย มีได้ 1 วิธี

โดยหลักการคูณ เหตุการณ์ที่มีบุตรชายอย่างน้อย 3 คน มีได้ $1 \times 1 \times 1 = 1$ วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 1$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{1}{8}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่มีบุตรชายอย่างน้อย 3 คน เท่ากับ $\frac{1}{8}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่บุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นผู้ชาย

ขั้นที่ 1 เหตุการณ์ที่บุตรคนแรกเป็นผู้ชาย มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 2 เหตุการณ์ที่บุตรคนสุดท้ายเป็นผู้ชาย มีได้ 1 วิธี

ขั้นที่ 3 เหตุการณ์ที่บุตรคนที่ 2 เป็นผู้ชายหรือผู้หญิง มีได้ 2 วิธี

โดยหลักการคูณ เหตุการณ์ที่มีบุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นผู้ชาย มีได้ $1 \times 1 \times 2 = 2$ วิธี

นั่นคือ $n(E_3) = 2$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่มีบุตรคนแรกและคนสุดท้ายเป็นผู้ชาย เท่ากับ $\frac{1}{4}$

10. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 6 \times 6 = 36$$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองมากกว่า 3

เนื่องจากเหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองไม่มากกว่า 3 ได้แก่

$(1, 1), (1, 2)$ และ $(2, 1)$

นั่นคือ จำนวนวิธีที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองไม่มากกว่า 3 มี 3 วิธี

จะได้ จำนวนวิธีที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋ามากกว่า 3 มี $36 - 3 = 33$ วิธี

นั่นคือ $n(E_1) = 33$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋ามากกว่า 3 เท่ากับ $\frac{11}{12}$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองไม่ซ้ำกัน

เนื่องจากเหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองซ้ำกัน มี 6 วิธี ได้แก่ $(1, 1), (2, 2),$

$(3, 3), (4, 4), (5, 5)$ และ $(6, 6)$

จะได้ เหตุการณ์ที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองไม่ซ้ำกัน มี $36 - 6 = 30$ วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 30$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่แต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองไม่ซ้ำกัน เท่ากับ $\frac{5}{6}$

11. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 6 \times 6 = 36$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ผู้ประชุมเข้าและออกประตูที่ต่างกัน

ขั้นที่ 1 เลือกประตูเข้า ได้ 6 วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกประตูออกที่ไม่ซ้ำกับประตูเข้า ได้ 5 วิธี

โดยหลักการคูณ จำนวนวิธีที่ผู้ประชุมเข้าและออกประตูที่ต่างกัน ได้ $6 \times 5 = 30$ วิธี

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 30$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผู้เข้าประชุมคนหนึ่งจะเข้าและออกประตูที่ต่างกัน เท่ากับ $\frac{5}{6}$

12. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 5$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนคนนี้จะตอบผิด

เนื่องจากจำนวนวิธีที่นักเรียนคนนี้จะตอบถูก มีได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นักเรียนคนนี้จะตอบผิด มีได้ $5 - 1 = 4$ วิธี นั่นคือ $n(E) = 4$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{4}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะตอบผิด เท่ากับ $\frac{4}{5}$

13. ให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนจะดื่มน้ำส้ม ซึ่ง $P(E_1) = \frac{1}{6} \approx 0.17$

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนจะดื่มน้ำเก๊กฮวย ซึ่ง $P(E_2) = \frac{3}{10} = 0.30$

E_3 เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนจะดื่มนม ซึ่ง $P(E_3) = \frac{2}{5} = 0.40$

E_4 เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนจะดื่มน้ำอัดลม ซึ่ง $P(E_4) = \frac{2}{15} \approx 0.13$

นั่นคือ $P(E_3) > P(E_2) > P(E_1) > P(E_4)$

ดังนั้น ถ้าร้านค้าต้องการนำเครื่องดื่มมาขายเพียง 3 ชนิด ร้านค้าควรนำนม น้ำเก๊กฮวย และน้ำส้มมาขาย

14. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{10,1} \times C_{9,1} = 90$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่จะได้ลูกบอลสีแดงทั้งสองลูก

ขั้นที่ 1 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้ลูกบอลสีแดง $C_{3,1} = 3$ วิธี

ขั้นที่ 2 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกที่สองได้ลูกบอลสีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงทั้งสองลูก $3 \times 2 = 6$ วิธี

นั่นคือ $n(E_1) = 6$

จะได้ $P(E_1) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีแดงทั้งสองลูก เท่ากับ $\frac{1}{15}$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวและสีดำ

กรณีที่ 1 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้เป็นสีขาว $C_{2,1} = 2$ วิธี

มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกที่สองได้เป็นสีดำ $C_{5,1} = 5$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้เป็นสีขาวย และหยิบลูกบอลลูกที่สองได้เป็นสีดำ $2 \times 5 = 10$ วิธี

กรณีที่ 2 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้เป็นสีดำ $C_{5,1} = 5$ วิธี

มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกที่สองได้เป็นสีขาวย $C_{2,1} = 2$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้เป็นสีดำ และหยิบลูกบอลลูกที่สองได้เป็นสีขาวย $5 \times 2 = 10$ วิธี

โดยหลักการบวก มีวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวยและสีดำ $10 + 10 = 20$ วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 20$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีขาวยและสีดำ เท่ากับ $\frac{2}{9}$

15. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{8,1} \times C_{7,1} \times C_{6,1} = 336$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะหยิบลูกบอลครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้ลูกบอลสีเหลือง

ขั้นที่ 1 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกแรกได้เป็นสีแดง $C_{2,1} = 2$ วิธี

ขั้นที่ 2 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกที่สองได้เป็นสีเหลือง $C_{3,1} = 3$ วิธี

ขั้นที่ 3 มีวิธีที่จะหยิบลูกบอลลูกที่สามได้เป็นสีเหลือง $C_{2,1} = 2$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก และสีเหลือง 2 ลูก ตามลำดับ

$$2 \times 3 \times 2 = 12 \text{ วิธี}$$

นั่นคือ $n(E) = 12$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{12}{336} = \frac{1}{28}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอลครั้งที่ 1 ได้ลูกบอลสีแดง และครั้งที่ 2 และ 3 ได้

ลูกบอลสีเหลือง เท่ากับ $\frac{1}{28}$

16. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{12,3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2}$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่จะได้ลูกแก้วสีต่างกันทั้งสามลูก

นั่นคือได้ลูกแก้วสีเขียว 1 ลูก สีชมพู 1 ลูก และสีฟ้า 1 ลูก

ขั้นที่ 1 มีวิธีที่จะหยิบลูกแก้วได้เป็นสีเขียว $C_{4,1} = 4$ วิธี

ขั้นที่ 2 มีวิธีที่จะหยิบลูกแก้วได้เป็นสีชมพู $C_{3,1} = 3$ วิธี

ขั้นที่ 3 มีวิธีที่จะหยิบลูกแก้วได้เป็นสีฟ้า $C_{5,1} = 5$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบลูกแก้ว 3 ลูก พร้อมกัน ได้ลูกแก้วสีต่างกันทั้งสามลูก

$$4 \times 3 \times 5 \text{ วิธี}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 4 \times 3 \times 5$$

$$\text{จะได้ } P(E) = 4 \times 3 \times 5 \times \frac{3 \times 2}{12 \times 11 \times 10} = \frac{3}{11}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกแก้วสีต่างกันทั้งสามลูก เท่ากับ $\frac{3}{11}$

17. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{30,2} = 435$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่เลือกนักเรียนทั้งสองคนได้เป็นเพศเดียวกัน

กรณีที่ 1 มีวิธีที่จะเลือกได้นักเรียนทั้งสองคนเป็นนักเรียนหญิง $C_{18,2} = 153$ วิธี

กรณีที่ 2 มีวิธีที่จะเลือกได้นักเรียนทั้งสองคนเป็นนักเรียนชาย $C_{12,2} = 66$ วิธี

โดยหลักการบวก มีวิธีที่จะเลือกได้นักเรียนทั้งสองคนได้เป็นเพศเดียวกัน $153 + 66 = 219$ วิธี

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 219$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{219}{435} = \frac{73}{145}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้นักเรียนทั้งสองคนเป็นเพศเดียวกัน เท่ากับ $\frac{73}{145}$

18. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{10,2} = 45$$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นชายหนึ่งคนและหญิงหนึ่งคน

ขั้นที่ 1 มีวิธีที่จะเลือกพนักงานชายเป็นกรรมการ 1 คน ได้ $C_{7,1} = 7$ วิธี

ขั้นที่ 2 มีวิธีที่จะเลือกพนักงานหญิงเป็นกรรมการ 1 คน ได้ $C_{3,1} = 3$ วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะเลือกกรรมการเป็นชายหนึ่งคนและหญิงหนึ่งคนได้

$$7 \times 3 = 21 \text{ วิธี}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E_1) = 21$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นชายหนึ่งคนและหญิงหนึ่งคน

$$\text{เท่ากับ } \frac{7}{15}$$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นหญิงอย่างน้อยหนึ่งคน

กรณีที่ 1 กรรมการเป็นผู้หญิงหนึ่งคน มีวิธีเลือกได้ $C_{3,1} \times C_{7,1} = 3 \times 7 = 21$ วิธี

กรณีที่ 2 กรรมการเป็นผู้หญิงทั้งสองคน มีวิธีเลือกได้ $C_{3,2} = 3$ วิธี

โดยหลักการบวก มีวิธีที่จะเลือกกรรมการเป็นหญิงอย่างน้อยหนึ่งคนได้

$$21 + 3 = 24 \text{ วิธี}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E_2) = 24$$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นหญิงอย่างน้อยหนึ่งคน เท่ากับ $\frac{8}{15}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นชายอย่างน้อยหนึ่งคน
- กรณีที่ 1** มีวิธีที่จะเลือกพนักงานชาย 1 คน เป็นกรรมการได้

$$C_{7,1} \times C_{3,1} = 7 \times 3 = 21 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 มีวิธีที่จะเลือกพนักงานชาย 2 คน เป็นกรรมการได้ $C_{7,2} = 21$ วิธี

โดยหลักการบวก มีวิธีที่จะเลือกกรรมการเป็นชายอย่างน้อยหนึ่งคนได้

$$21 + 21 = 42 \text{ วิธี}$$

นั่นคือ $n(E_3) = 42$

จะได้ $P(E_3) = \frac{42}{45} = \frac{14}{15}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่พนักงานที่ถูกเลือกเป็นกรรมการเป็นชายอย่างน้อยหนึ่งคน เท่ากับ $\frac{14}{15}$

19. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{5,3} = 10$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของหมายเลขบนบัตรมากกว่า 10

เนื่องจากเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของหมายเลขบนบัตรเป็น 11 มี 1 วิธี คือ หยิบได้บัตรซึ่งมี หมายเลข 2, 4 และ 5

และเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของหมายเลขบนบัตรเป็น 12 มี 1 วิธี คือ หยิบได้บัตรซึ่งมี หมายเลข 3, 4 และ 5

ดังนั้น มีวิธีที่จะหยิบได้บัตรได้ผลรวมของหมายเลขบนบัตรมากกว่า 10 อยู่ $1+1=2$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 2$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบบัตรได้ผลรวมของแต้มบนบัตรมากกว่า 10 เท่ากับ $\frac{1}{5}$

20. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = 40$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้นักกีฬาที่มีฝาแฝด

เนื่องจากมีนักกีฬาที่มีฝาแฝด 3 คู่ ซึ่งหมายถึงมีนักกีฬา 6 คนที่มีฝาแฝด

$$\text{นั่นคือ } n(E) = 6$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้นักกีฬาที่มีฝาแฝด เท่ากับ $\frac{3}{20}$

21. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{12,4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2}$$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้เงาะ 2 ผล และส้มกับชมพูอย่างละ 1 ผล

$$\text{ขั้นที่ 1} \quad \text{มีวิธีที่จะหยิบได้เงาะ 2 ผล จะได้ } C_{4,2} = \frac{4 \times 3}{2} \text{ วิธี}$$

$$\text{ขั้นที่ 2} \quad \text{มีวิธีที่จะหยิบได้ส้ม 1 ผล จะได้ } C_{3,1} = 3 \text{ วิธี}$$

$$\text{ขั้นที่ 3} \quad \text{มีวิธีที่จะหยิบได้ชมพู 1 ผล จะได้ } C_{5,1} = 5 \text{ วิธี}$$

โดยหลักการคูณ มีวิธีที่จะหยิบผลไม้จากตะกร้า 4 ผล พร้อมกัน โดยได้เงาะ 2 ผล

$$\text{และส้มกับชมพูอย่างละ 1 ผล } \frac{4 \times 3}{2} \times 3 \times 5 \text{ วิธี}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E) = \frac{4 \times 3}{2} \times 3 \times 5$$

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{4 \times 3}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{4 \times 3 \times 2}{12 \times 11 \times 10 \times 9}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบผลไม้จากตะกร้า 4 ผล พร้อมกัน โดยได้เงาะ 2 ผล

และส้มกับชมพูอย่างละ 1 ผล เท่ากับ $\frac{2}{11}$

22. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = 5 \times 5 \times 5$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ชายคนนี้จะใส่จดหมายในตู้ไม่ซ้ำกันเลย

นั่นคือ $n(E) = 5 \times 4 \times 3$

จะได้ $P(E) = \frac{5 \times 4 \times 3}{5 \times 5 \times 5} = \frac{12}{25}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะใส่จดหมายในตู้ที่ไม่ซ้ำกันเลย เท่ากับ $\frac{12}{25}$

23. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{5,1} \times C_{5,1} = 25$

- 1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขเดียวกัน

มีวิธีได้บัตรสองใบที่มีหมายเลขเดียวกัน 5 วิธี คือ (2, 2), (5, 5), (6, 6), (7, 7)

และ (8, 8)

นั่นคือ $n(E_1) = 5$

จะได้ $P(E_1) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขเดียวกัน เท่ากับ $\frac{1}{5}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขไม่ซ้ำกัน

เนื่องจาก มีวิธีหยิบได้บัตรสองใบที่มีหมายเลขซ้ำกัน 5 วิธี

ดังนั้น มีวิธีหยิบบัตรได้บัตรสองใบที่มีหมายเลขไม่ซ้ำกัน $25 - 5 = 20$ วิธี

นั่นคือ $n(E_2) = 20$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขไม่ซ้ำกัน เท่ากับ $\frac{4}{5}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขเป็นจำนวนคู่

เนื่องจาก บัตรที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่มี 3 ใบ คือ 2, 6 และ 8

$$\text{นั่นคือ } n(E_3) = C_{3,1} \times C_{3,1} = 9$$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{9}{25}$$

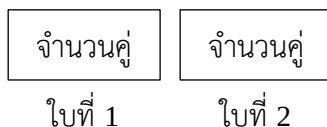
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้บัตรทั้งสองใบมีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{9}{25}$

- 4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่ได้บัตรที่มีผลบวกของหมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสองเป็นจำนวนคู่

ในการหยิบให้ได้บัตรที่มีผลบวกของหมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสองเป็นจำนวนคู่

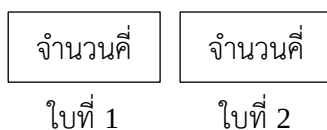
เป็นได้ 2 กรณี

กรณีที่ 1 หมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสองเป็นจำนวนคู่



มีวิธีหยิบได้บัตรสองใบมีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ $C_{3,1} \times C_{3,1} = 9$ วิธี

กรณีที่ 2 หมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสองเป็นจำนวนคี่



มีวิธีหยิบได้บัตรสองใบมีหมายเลขเป็นจำนวนคี่ $C_{2,1} \times C_{2,1} = 4$ วิธี

โดยหลักการบวก จะมีวิธีหยิบได้บัตรที่มีผลบวกของหมายเลขบนบัตรทั้งสองเป็น

$$\text{จำนวนคู่ } 9 + 4 = 13 \text{ วิธี}$$

นั่นคือ $n(E_4) = 13$

จะได้ $P(E_4) = \frac{13}{25}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบได้บัตรที่มีผลบวกของหมายเลขบนหน้าบัตรทั้งสอง

เป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{13}{25}$

24. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = P_{20,4} = 20 \times 19 \times 18 \times 17$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่สมศรีได้เป็นนายกชมรมและสมปองได้เป็นอุปนายกชมรม

ขั้นที่ 1 มีวิธีที่สมศรีได้เป็นนายกชมรม 1 วิธี

ขั้นที่ 2 มีวิธีที่สมปองได้เป็นอุปนายกชมรม 1 วิธี

ขั้นที่ 3 มีวิธีเลือกเลขานุการจากสมาชิก 18 คนที่เหลือ 18 วิธี

ขั้นที่ 4 มีวิธีเลือกเหรัญญิกจากสมาชิก 17 คนที่เหลือ 17 วิธี

โดยหลักการคูณ มีวิธีเลือกคณะกรรมการที่สมศรีได้เป็นนายกชมรมและสมปองได้เป็น

อุปนายกชมรม $1 \times 1 \times 18 \times 17$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 18 \times 17$

จะได้ $P(E) = \frac{18 \times 17}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{1}{380}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สมศรีได้เป็นนายกชมรมและสมปองได้เป็นอุปนายกชมรม

เท่ากับ $\frac{1}{380}$

25. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{52,2} = 26 \times 51$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ไพ่สีแดงทั้งสองใบ

นั่นคือ $n(E_1) = C_{26,2} = 13 \times 25$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{13 \times 25}{26 \times 51} = \frac{25}{102}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ไฟสีแดงทั้งสองใบ เท่ากับ $\frac{25}{102}$

- 2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ไฟโพดำและไฟแดง

$$\text{นั่นคือ } n(E_2) = C_{13,1} \times C_{13,1} = 13 \times 13$$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = \frac{13 \times 13}{26 \times 51} = \frac{13}{102}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ไฟโพดำและไฟแดง เท่ากับ $\frac{13}{102}$

- 3) ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่ได้ไฟ J ทั้งสองใบ

$$\text{นั่นคือ } n(E_3) = C_{4,2} = 6$$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = \frac{6}{26 \times 51} = \frac{1}{221}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ไฟ J ทั้งสองใบ เท่ากับ $\frac{1}{221}$

26. ให้ S_1 แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยใส่สลากคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

$$\text{จะได้ } n(S_1) = C_{10,1} \times C_{10,1} = 100$$

ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสองเท่ากับ 10 เมื่อ

ใส่สลากคืนก่อนหยิบสลากใบที่สอง

$$\text{จะได้ } E_1 = \{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)\}$$

$$\text{นั่นคือ } n(E_1) = 9$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{9}{100} = 0.09$$

ให้ S_2 แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยไม่ใส่สลากคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

จะได้ $n(S_2) = C_{10,1} \times C_{9,1} = 90$

ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสองเท่ากับ 10 เมื่อไม่ใส่สลากคืน ก่อนหยิบสลากใบที่สอง

จะได้ $E_2 = \{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)\}$

นั่นคือ $n(E_2) = 8$

จะได้ $P(E_2) = \frac{8}{90} \approx 0.089$

เนื่องจาก $P(E_1) > P(E_2)$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสองเท่ากับ 10 เมื่อหยิบสลากแบบใส่คืนมากกว่าความน่าจะเป็นที่ผลบวกของหมายเลขบนสลากทั้งสองเท่ากับ 10 เมื่อหยิบสลากแบบไม่ใส่คืน

ดังนั้น แหวนควรจะใส่สลากคืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง

27. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

จะได้ $n(S) = C_{5,1} \times C_{4,1} = 20$

ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ชายคนนี้จะสวมเสื้อและกางเกงสีต่างกัน

เนื่องจาก มีวิธีแต่งตัวโดยสวมเสื้อและกางเกงสีเดียวกัน (เสื้อสีดำและกางเกงสีดำ)

$$C_{1,1} \times C_{2,1} = 2$$

ดังนั้น เหตุการณ์ที่ชายคนนี้จะสวมเสื้อและกางเกงสีต่างกัน มีได้ $20 - 2 = 18$ วิธี

นั่นคือ $n(E) = 18$

จะได้ $P(E) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะสวมเสื้อและกางเกงสีต่างกัน เท่ากับ $\frac{9}{10}$

28. ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้

$$\text{จะได้ } n(S) = C_{20,3} = \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2}$$

1) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพดีมากทั้งสามเครื่อง

$$\text{นั่นคือ } n(E_1) = C_{8,3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2}$$

$$\text{จะได้ } P(E_1) = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{14}{285}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพดีมากทั้งสามเครื่อง เท่ากับ $\frac{14}{285}$

2) ให้ E_2 แทนเหตุการณ์ที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางทั้งสามเครื่อง

$$\text{นั่นคือ } n(E_2) = C_{3,3} = 1$$

$$\text{จะได้ } P(E_2) = 1 \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{1}{1140}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางทั้งสามเครื่อง เท่ากับ $\frac{1}{1140}$

3) **วิธีที่ 1** ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง ซึ่งแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีวิธีที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางเพียงเครื่องเดียว

$$C_{3,1} \times C_{17,2} = 408 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 มีวิธีที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางสองเครื่อง $C_{3,2} \times C_{17,1} = 51$ วิธี

กรณีที่ 3 มีวิธีที่จะได้พัดลมที่มีคุณภาพปานกลางทั้งสามเครื่อง $C_{3,3} = 1$ วิธี

โดยหลักการบวก จะมีวิธีที่จะได้พัดลมคุณภาพปานกลางอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง

เท่ากับ $408 + 51 + 1 = 460$ วิธี

$$\text{นั่นคือ } n(E_3) = 460$$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = 460 \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{23}{57}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพปานกลางอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง

$$\text{เท่ากับ } \frac{23}{57}$$

วิธีที่ 2 ให้ E_3 แทนเหตุการณ์ที่ไม่ได้พัสดที่มีคุณภาพปานกลางเลย

$$\text{นั่นคือ } n(E_3) = C_{17,3} = \frac{17!}{14!3!} = \frac{17 \times 16 \times 15}{3 \times 2} = 17 \times 8 \times 5 \text{ วิธี}$$

$$\text{จะได้ } P(E_3) = 17 \times 8 \times 5 \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{34}{57}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพปานกลางอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง

$$\text{เท่ากับ } 1 - P(E_3) = 1 - \frac{34}{57} = \frac{23}{57}$$

- 4) ให้ E_4 แทนเหตุการณ์ที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพดีมากสองเครื่องและปานกลางหนึ่งเครื่อง

$$\text{นั่นคือ } n(E_4) = C_{8,2} \times C_{3,1} = \frac{8 \times 7 \times 3}{2}$$

$$\text{จะได้ } P(E_4) = \frac{8 \times 7 \times 3}{2} \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{7}{95}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพดีมากสองเครื่องและปานกลาง

$$\text{หนึ่งเครื่อง เท่ากับ } \frac{7}{95}$$

- 5) ให้ E_5 แทนเหตุการณ์ที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพดีมาก ดี และปานกลางอย่างละเครื่อง

$$\text{นั่นคือ } n(E_5) = C_{8,1} \times C_{9,1} \times C_{3,1} = 8 \times 9 \times 3$$

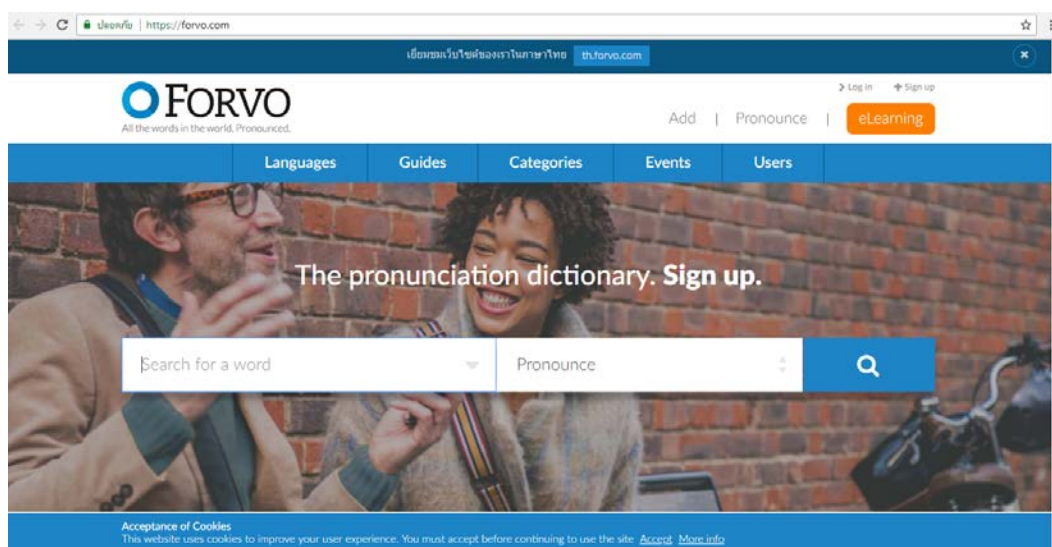
$$\text{จะได้ } P(E_5) = 8 \times 9 \times 3 \times \frac{3 \times 2}{20 \times 19 \times 18} = \frac{18}{95}$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้พัสดที่มีคุณภาพดีมาก ดี และปานกลางอย่างละเครื่อง

$$\text{เท่ากับ } \frac{18}{95}$$

แหล่งเรียนรู้เพิ่มเติม

forvo.com เป็นเว็บไซต์ที่รวบรวมการออกเสียงคำในภาษาต่าง ๆ ก่อตั้งขึ้นเมื่อ ค.ศ. 2008 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางการพูด ผ่านการแลกเปลี่ยนการออกเสียงคำในภาษาต่าง ๆ ทั้งจากบุคคลที่เป็นเจ้าของภาษาและบุคคลที่ไม่ใช่เจ้าของภาษา forvo.com ได้รับคัดเลือกจากนิตยสาร Times ให้เป็น 50 เว็บไซต์ที่ดีที่สุดในปี ค.ศ. 2013 (50 best websites of 2013) ปัจจุบันเว็บไซต์นี้เป็นฐานข้อมูลที่รวบรวมการออกเสียงที่ใหญ่ที่สุด มีคลิปเสียงที่แสดงการออกเสียงคำศัพท์ประมาณสี่ล้านคำในภาษาต่าง ๆ มากกว่า 330 ภาษา



ครูอาจใช้เว็บไซต์ forvo.com เพื่อศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการออกเสียงคำศัพท์คณิตศาสตร์ หรือชื่อนักคณิตศาสตร์ในภาษาอังกฤษหรือภาษาอื่น ๆ ที่ปรากฏในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 ได้ เช่น finite set และ infinite set ซึ่งเป็นคำศัพท์คณิตศาสตร์ในภาษาอังกฤษ หรือ Georg Cantor ซึ่งเป็นชื่อนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน

บรรณานุกรม

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2524). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ของกระทรวงศึกษาธิการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4–6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4–6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4–6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4–6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *หนังสือเรียนรู้เพิ่มเติมเพื่อเสริมศักยภาพคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 ระบบจำนวนจริง*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

คณะผู้จัดทำ

คณะที่ปรึกษา

ดร.พรพรรณ ไวย่างกูร

รศ.ดร.สัญญา มิตรเอม

ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะผู้จัดทำคู่มือครู

นางสาวปฐมาภรณ์ อวชัย

นางสาวอัมริสา จันทนะสิริ

นายทศธรรม เมขลา

นายพัฒนชัย รวีวรรณ

นางสาวภิญญดา กลับแก้ว

ดร.ศศิวรรณ เมื่อนันทน์

ดร.สุธารส นิลรอด

นายสมภพ ศรีสิทธิไพบูลย์

นายธีรสรรค์ ชันธวิทย์

นายอัฐวิช นริศยาพร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี

นักวิชาการอิสระ

นักวิชาการอิสระ

คณะผู้พิจารณาคู่มือครู

นายประสาท สอนวงศ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
รศ.ดร.สมพร สุนันทน์โอภาส	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
รศ.ดร.สิริพร ทิพย์คง	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจินตนา อารยะรังสฤษฏ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจำเริญ เจียวหวาน	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายสุเทพ กิตติพิทักษ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ดร.อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวปฐมภรณ์ อวชัย	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวอัมริสา จันทะศิริ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายพัฒนชัย รวีวรรณ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวภิญญดา กลับแก้ว	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ดร.ศศิวรรณ เมื่อนันท	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ดร.สุธารส นิลรอด	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะบรรณาธิการ

รศ.ดร.สิริพร ทิพย์คง	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจินตนา อารยะรังสฤษฏ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจำเริญ เจียวหวาน	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายสุเทพ กิตติพิทักษ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กิตติกรรมประกาศ

นางสาวขวัญใจ ภาสพันธุ์	โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพฯ
นายเชิดศักดิ์ รักดีวิโรจน์	โรงเรียน ภ.ป.ร. ราชวิทยาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์ จ.นครปฐม
นายณรงค์ฤทธิ์ ฉายา	โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพฯ
นายถนอมเกียรติ งานสกุล	โรงเรียนสตรีภูเก็ต จ.ภูเก็ต
นางสาวปรารถนา วิริยธรรมเจริญ	โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จ.นครปฐม
นายวิฑิตพงศ์ พะวงษา	โรงเรียนสภาราชาินี จ.ตรัง
นายศรัณย์ แสงนิลาวิวัฒน์	โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จ.เพชรบุรี
นางสาวสรายุทธลักษณ์ บุตรรัตน์	โรงเรียนบางละมุง จ.เพชรบุรี
ว่าที่ร้อยตรีสามารถ วนารัตน์	โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จ.พิษณุโลก
นางสุธิดา นานช้า	โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จ.ตรัง
นายสุรัชย์ บุญเรือง	โรงเรียนเบ็ญจะมะมหาราช จ.อุบลราชธานี
นางศรีสกุล สุขสว่าง	ข้าราชการบำนาญ
นางศุภรา ทวรรณกุล	ข้าราชการบำนาญ
นายสุกิจ สมงาม	ข้าราชการบำนาญ
นางสุปราณี พ่วงพี	ข้าราชการบำนาญ

ฝ่ายสนับสนุนวิชาการ

นายชัยรัตน์ สุนทรประที	นักวิชาการอิสระ
นางสาวปิยาภรณ์ ทองมาก	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ